

Entstehung und Entwicklung von Elliptischen und Zwerggalaxien

Andreas Burkert

Disbui. München

1989

Entstehung und Entwicklung von Elliptischen
und Zwerggalaxien

Dissertation

der Fakultät für Physik

der Ludwigs - Maximilians - Universität

München

vorgelegt von

Andreas Burkert

München, Juni 1989

Inhaltsverzeichnis

1	ZUSAMMENFASSUNG	1
2	GLOBALE EIGENSCHAFTEN VON GALAXIEN	4
2.1	Beobachtungen	4
2.2	Können Elliptische und Zwerggalaxien mit sphärisch symmetrischen Modellen beschrieben werden?	8
2.3	Eine analytische Erklärung der globalen Skalenrelationen von massereichen Elliptischen und Zwerggalaxien	9
2.3.1	Einige Vorüberlegungen und Definitionen	9
2.3.2	Die Bedeutung der Faber-Jackson-Relation für die Theorie der Galaxienentwicklung	12
2.3.3	Skalenrelationen zwischen globalen effektiven Parametern	16
2.3.4	Theoretische Skalenrelationen zwischen globalen Kernparametern	20
2.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	22
3	DIE DYNAMISCHE ENTWICKLUNG VON STERNSYSTEMEN	24
3.1	Beobachtungen zur inneren Struktur von Sternsystemen	24
3.1.1	Die Intensitätsverteilung von Sternsystemen	25
3.1.2	Die Geschwindigkeitsdispersionsverteilung von Sternsystemen	25
3.2	Dynamische Entwicklungsprozesse und ihre Zeitskala in astrophysikalischen N-Teilchensystemen	26
3.3	De Vaucouleurs $r^{1/4}$ -Gesetz	28
3.3.1	Die Dichte- und Potentialverteilung des $r^{1/4}$ -Gesetzes	29
3.3.2	Kinematische Eigenschaften von Sternsystemen, die durch das $r^{1/4}$ -Gesetz beschrieben werden können.	31
3.3.3	Sternbahnen in einem $r^{1/4}$ -Gesetz	32
3.4	Detaillierte N-Körperrechnungen zur dynamischen Entwicklung von Sternsystemen	36
3.4.1	Einige wichtige Gleichungen der Stelldynamik	38
3.4.2	Die Integration der stoßfreien Boltzmann-Gleichung	40
3.4.2.1	Die numerische Beschreibung der Verteilungsfunktion	40
3.4.2.2	Das räumliche Gitter	40
3.4.2.3	Berechnung der räumlichen Dichteverteilung und der Gravitationskraft	41
3.4.2.4	Die numerische Integration der Bewegungsgleichungen	41
3.4.2.5	Anfangsbedingungen	42
3.4.2.6	Einheiten	43
3.4.3	Die Modelle	44
3.4.3.1	Die Entwicklung eines anfangs bereits virialisierten Sternsystems	45

3.4.3.2	Die dynamische Entwicklung eines Sternsystems konstanter Anfangsdichte mit einem großen Kollapsfaktor	49
3.4.3.3	Die Entwicklung von Sternsystemen mit hohem Kollapsfaktor und einem Anfangsdichtegradienten $n_p \neq 0$	53
3.5	Unvollständige Relaxation. Ein analytisches Modell zur Beschreibung der Entwicklung von elliptischen Galaxien	59
3.5.1	Phasenmischung und die Entwicklung zum Gleichgewicht	59
3.5.1.1	Ein Modell der Phasenmischung	59
3.5.1.2	Der Gleichgewichtszustand	60
3.5.1.3	Die Entwicklung zum Gleichgewicht	61
3.5.1.4	Die zeitliche Entwicklung der makroskopischen Verteilungsfunktion	63
3.5.1.5	Zusammenfassung der Ergebnisse	65
3.5.1.6	Die Gültigkeit der Mischungstheoreme für die numerischen N - Körpermodelle	66
3.5.1.7	Bemerkungen zur Phasenmischung in Sternsystemen	67
3.5.2	Der Gleichgewichtszustand eines anfangs bereits virialisierten Sternsystems	68
3.5.3	Die Verteilungsfunktion eines unvollständig relaxierten Sternsystems	69
3.5.4	Nicht entartete, unvollständig relaxierte Sternsysteme	73
3.5.5	Entartete, unvollständig relaxierte Sternsysteme	76
3.5.5.1	Der Radius des entarteten Kerns	76
3.5.5.2	Die Struktur des entarteten Kerns	79
3.5.6	Bemerkungen zum Metallizitätsgradienten in elliptischen Galaxien	81
3.6	Der Gültigkeitsbereich der hydrodynamischen Näherung zur Beschreibung von Sternsystemen	82
3.6.1	Die Momentengleichungen der stoßfreien Boltzmann-Gleichung	82
3.6.2	Vergleich von hydrodynamischen Rechnungen eines heftig kollabierenden Sternsystems mit N - Körperrechnungen	85
4	EIN DETAILLIERTES MODELL DES INTERSTELLAREN MEDIUMS	90
4.1	Modell eines mehrkomponentigen, interstellaren Mediums	91
4.1.1	Physikalische Eigenschaften des Mehr - Komponenten - Modells	92
4.1.2	Energiedissipation durch Wolken - Wolken - Stöße	95
4.1.3	Die Kühlung des interstellaren Mediums	97
4.1.3.1	Die Kühlung der Wolkenkomponenten	97
4.1.3.2	Sternentstehung, induziert durch Supernovaexplosionen	98
4.1.3.3	Die Kühlung der heißen Gasphase	98
4.2	Die Sternkomponente	99
4.2.1	Massereiche Sterne	99
4.2.1.1	Die Hauptreihenentwicklung	99

4.2.1.2	Die Nach - Hauptreihen Entwicklung	103
4.2.2	Massearme Sterne	103
4.2.3	Überreste von Sternen	104
4.2.4	Die Massenfunktion der Sterne	104
4.3	Die Wechselwirkung zwischen Sternen und Gas	108
4.3.1	Sternentstehung	108
4.3.2	Supernovae und ihr Einfluß auf die Entwicklung des ISM	110
4.3.2.1	Stöße zwischen Supernova - Hüllen und Molekülwolken	110
4.3.2.2	Nicht - Gleichgewichts - Kühlung und Wolkenbildung in Supernova - Hüllen	111
4.3.3	Sternwinde, planetarische Nebel und "molecular outflows"	114
4.3.4	Ionisation von Wolken durch UV - und kosmische Strahlung	115
4.4	Wechselwirkungsprozesse zwischen der heißen und kühlen Gasphase	115
4.5	Das vollständige Gleichungssystem zur chemodynamischen Entwicklung von Galaxien	117
4.5.1	Die Sternkomponente	117
4.5.2	Das Zwischenwolkenmedium	118
4.5.3	Das Wolkenmedium	119
4.5.4	Die Quellterme	120
4.6	Die Entwicklung des interstellaren Mediums in einer abgeschlossenen Zelle	120
4.6.1	Anfangsbedingungen	122
4.6.2	Die Entwicklung eines abgeschlossenen ISM - Gebietes mit hoher Gesamtdichte	123
4.6.3	Der gasreiche [SG] - Zustand	125
4.6.4	Sternentstehungsausbrüche und chaotische Zustände im ISM	126
4.6.5	Zusammenfassung	128
5	DIE CHEMODYNAMISCHE ENTWICKLUNG VON GALAXIEN	130
5.1	Dissipative Galaxienmodelle	130
5.2	Die Bedeutung der Selbstregulation für die Entwicklung von Galaxien	134
5.2.1	Der Sternentstehungszyklus	135
5.2.2	Der Kollapszyklus	135
5.2.3	Der Unterschied zwischen chemodynamischen und dissipativen Galaxienmodellen	136
5.2.4	Phasenübergänge zwischen verschiedenen Entwicklungszuständen von Galaxien	137
5.2.5	Der protogalaktische Kollaps	138
5.3	Beobachtungen zur inneren Struktur von elliptischen und Zwerggalaxien	142
5.3.1	Massereiche elliptische Galaxien	142

5.3.2	Zwerggalaxien	143
5.3.2.1	Frühe Zwerggalaxien	143
5.3.2.2	Späte Zwerggalaxien	144
5.4	Numerische Rechnungen zur chemodynamischen Entwicklung von Elliptischen und Zwerggalaxien	145
5.4.1	Die numerische Methode	145
5.4.2	Anfangsbedingungen	146
5.4.3	Die chemodynamische Entstehung und Entwicklung von massereichen elliptischen Galaxien	147
5.4.3.1	Das Standardmodell	147
5.4.3.2	Der Kollaps von primordialen massereichen 3σ - und 2σ - Fluktuationen	152
5.4.3.3	Die Entwicklung von massereichen 1σ - Fluktuationen	154
5.4.3.4	Der Einfluß eines dunklen, dissipationslosen Halos auf die Entwicklung von massereiche gEs	155
5.4.3.5	Zusammenfassung	155
5.4.4	Chemodynamische Modelle zur Entstehung von Zwerggalaxien	155
5.4.4.1	Das Standardmodell	155
5.4.4.2	Metallreiche galaktische Winde	158
5.4.4.3	Die Entwicklung von primordialen massearmen Dichtefluktua- tionen	158
5.4.4.4	Zusammenfassung der Ergebnisse	160
5.4.4.5	Der Einfluß eines massereichen, dunklen Halos auf die Ent- wicklung von Zwerggalaxien	160
6.	AUSBLICKE	163
	LITERATURVERZEICHNIS	166
	LEBENS LAUF	171

1. Zusammenfassung

Ein Großteil der sichtbaren Materie des Universums ist gravitativ in Galaxien gebunden. In den letzten zwanzig Jahren hat sich unser Wissen über diese Systeme, bestehend aus Sternen, Gas und dunkler, nur gravitativ wechselwirkender Materie durch verbesserte Beobachtungsmöglichkeiten (Satelliten) erheblich erweitert. Allerdings sehen wir die meisten Galaxien nur in der Spätphase ihrer Entwicklung. Dies ist ein Grund, warum die Entstehung und Entwicklung dieser Systeme, trotz der großen Zahl von Beobachtungsdaten immer noch kaum verstanden ist. Ein anderer Grund ist ihre hohe Komplexität. Viele meist getrennt behandelte Teilbereiche der Astrophysik müssen hier gekoppelt miteinander betrachtet werden. Bisher liegen daher noch keine zufriedenstellenden Rechnungen zur Galaxienentstehung vor.

Das Ziel dieser Arbeit ist ein konsistentes Modell der Entstehung und Entwicklung von massereichen elliptischen Galaxien und massearmen Zwerggalaxien.

Dazu werden in § 2 zuerst die beobachteten *globalen Eigenschaften* dieser Galaxien untersucht, mit den folgenden Ergebnissen:

- Die *Skalenrelationen* zwischen den globalen – und den Kernparametern von Zwerggalaxien und massereichen E - Galaxien sind keine Folge ihrer Entwicklung, sondern werden durch die *Anfangsbedingungen* festgelegt.
- Die Relationen lassen sich für beide Galaxientypen gut durch ein primordiales *CDM - Fluktuationsspektrum* erklären.
- Die *Streuung* der Beobachtungen kann eine Folge von individuellen Unterschieden in der Entwicklung der Galaxien sein.

Da Galaxien in der Spätphase ihrer Entwicklung zum Großteil aus Sternen bestehen, spielt die *Dynamik von Sternsystemen* bei der Galaxienentwicklung eine bedeutende Rolle. In § 3 werden daher die Entwicklung von Sternsystemen mit detaillierten *N - Körperrechnungen* untersucht und die Ergebnisse anschließend mit einem neuen Modell der Stelldynamik (sog. unvollständige Relaxation) diskutiert.

Einige wichtige Resultate dieses Kapitels sind:

- Die Entwicklung von Sternsystemen hängt stark von dem *Kollaps* dieser Systeme ab.
- Heftig kollabierende, selbstgravitierende N - Teilchensysteme *relaxieren*

zu einem Gleichgewichtszustand, der weitestgehend unabhängig von den Anfangsbedingungen ist und durch einen *entarteten, isotropen Kern* und eine *nicht entartete, anisotrope Hülle* beschrieben werden kann.

- Die beobachtete *Dichte* - und *Geschwindigkeitsverteilung* von massereichen elliptischen Galaxien läßt sich *rein stellardynamisch* verstehen, wenn diese Sternsysteme anfangs einen *heftigen Kollaps* hatten.
- Die Sternkomponente von *Zwerggalaxien* entstand aus einer Gaskomponente mit einer exponentiellen Dichteverteilung und blieb immer nahezu im *Virialgleichgewicht*.

In § 4 wird dann ein *detailliertes Modell des interstellaren Mediums (ISM)*, sowie der *Wechselwirkungsprozesse* zwischen der Stern- und Gaskomponente vorgestellt. Die Entwicklung dieses gekoppelten Stern-Gassystems wird in einer *abgeschlossenen Zelle* untersucht, mit den folgenden Ergebnissen:

- Die Entwicklung des interstellaren Mediums wird stark durch die *Gasdichte* in der Zelle beeinflusst.
- Bei einer hohen und sehr niedrigen Gasdichte stellt sich ein *selbstregulierter Gleichgewichtszustand* ein, mit einer annähernd *konstanten Sternentstehungsrate*. Bei mittleren Gasdichten kommt es zu *periodisch auftretenden Sternentstehungsausbrüchen*. Unter bestimmten Bedingungen zeigt das System eine *chaotische Entwicklung*.

Mit diesem ISM-Modell wird schließlich in § 5 analytisch und numerisch die *chemodynamische Entwicklung* von massereichen E-Galaxien und Zwerggalaxien untersucht. Die wichtigsten Ergebnisse sind hier:

- Massereiche, kompakte elliptische Galaxien entstanden durch den *Kollaps* von relativ selten vorkommenden, primordialen 2σ - und 3σ -Dichtefluktuationen. Ihr *Sternsystem* bildete sich auf kurzen Zeitskalen in einem *Sternentstehungsausbruch* und war anfangs weit von einem *Virialgleichgewicht* entfernt.
- Die heute im Röntgenbereich zu beobachtenden *Gaskoronaen* um massereiche E-Galaxien sind ein Überrest dieser frühen Entwicklung.
- Zwerggalaxien hatten allgemein keine Kollapsphase und blieben daher diffus. *Selbstregulation* führte hier zu einer *exponentiellen*, radialen Dichteverteilung in der Gaskomponente und in der daraus entstehenden Sternkomponente, die gut mit den Beobachtungen übereinstimmt.

- Die *chemische Entwicklung* von Zwerggalaxien wird stark durch *galaktische Winde* beeinflusst, die bereits in der Frühphase auftreten.
- Die unterschiedlichen Typen von Zwerggalaxien lassen sich, bis auf die sogenannten BCDs gut als verschiedene *Entwicklungsphasen* einer Zwerggalaxie erklären. In welchem Entwicklungsstadium wir heute eine Zwerggalaxie sehen, hängt von ihrer Anfangsdichte ab, die die *Entwicklungszeitskala* festlegt.
- *Blaue, kompakte Objekte* (BCDs) können durch einen *erzwungenen Kollaps* einer Zwerggalaxie in einem sehr *massereichen, dunklen Halo* erklärt werden. Diese Galaxien sind dann sichtbare Spuren einer dunklen, dissipationslosen Materieansammlung.

Allgemein zeigen diese neuen *chemodynamischen Rechnungen* erstmals, daß man die Entstehung und Entwicklung von elliptischen - und Zwerggalaxien selbst im Detail mit einem einzigen Modell konsistent verstehen kann. Die wichtigste Voraussetzung dazu ist die Berücksichtigung der *energetischen Wechselwirkung* zwischen den Sternen und der Gaskomponente.



2. Globale Eigenschaften von Galaxien

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, daß Korrelationen zwischen *globalen Eigenschaften* von Galaxien bereits einen ersten Einblick in die Entstehung und Entwicklung dieser Systeme geben können. Abschnitt 2.1 faßt daher die wichtigsten Beobachtungen zu globalen Parametern von Galaxien zusammen. Mit Hilfe dieser Beobachtungsergebnisse wird dann in §2.2 begründet werden, warum wir masse-reiche elliptische Galaxien (kurz: gEs = **g**iant **e**llipticals) und Zwerggalaxien (kurz: dGs = **d**warf **g**alaxies) sphärisch symmetrisch beschreiben können. In den Abschnitten 2.3 und 2.4 wird schließlich gezeigt, wie sich die beobachteten Skalenrelationen zwischen den globalen Parametern analytisch verstehen lassen und was man daraus über die Galaxienentwicklung erfahren kann.

2.1 Beobachtungen

Galaxien lassen sich in zwei große Gruppen einordnen: massereiche Galaxien mit absoluten blauen Helligkeiten $M_B \leq -19 \text{ mag}$ und Gesamtmassen $M \geq 10^{10} M_\odot$ und massearme Zwerggalaxien mit $M_B \geq -19 \text{ mag}$ und Massen $M \leq 10^{10} M_\odot$.

Man beachte den Unterschied zwischen M_B und M . M_B ist die absolute blaue Helligkeit, M ist die Gesamtmasse der Galaxie.

Die massereichen gEs konnten bereits 1936 von Hubble in ein Klassifikations-schema eingeordnet werden. Die dGs wurden aufgrund ihrer geringen Leuchtkräfte erst in den letzten Jahren in großer Zahl für den Virgo-Haufen katalogisiert (Sandage und Binggeli, 1984; Binggeli et al., 1985) und ihre innere Struktur mit Hilfe von hochauflösenden CCD-Empfängern untersucht (siehe z.B. Phillips et al., 1986 oder Thuan und Martin, 1981).

Zwerggalaxien lassen sich, wie die massereichen Galaxien als *frühe, gasarme Typen* oder *späte, gasreiche Galaxien* klassifizieren. Trotz großer Unterschiede in ihrer chemischen Zusammensetzung, ihrem Gasgehalt und ihrer Sternentstehungsgeschichte sind sich die frühen und späten dGs jedoch in ihren globalen Eigenschaften erstaunlich ähnlich. Wir werden sie daher in diesem Kapitel als eine einzige große Gruppe von Galaxien betrachten.

Die Abbildungen 2.1a – d (aus Kormendy, 1985) zeigen die wichtigsten Korrelationen zwischen den *Kernparametern* (μ_c , in Abbildung 2.1a als μ_{0V} bezeichnet, σ , r_c) und der Helligkeit M_B . Der *Kernradius* r_c ist als derjenige Radius definiert, bei dem die Oberflächenhelligkeit gegenüber der des Zentrums um einen Faktor zwei abgefallen ist. μ_c bezeichnet die mittlere Oberflächenhelligkeit innerhalb von r_c und σ ist die zentrale Geschwindigkeitsdispersion.

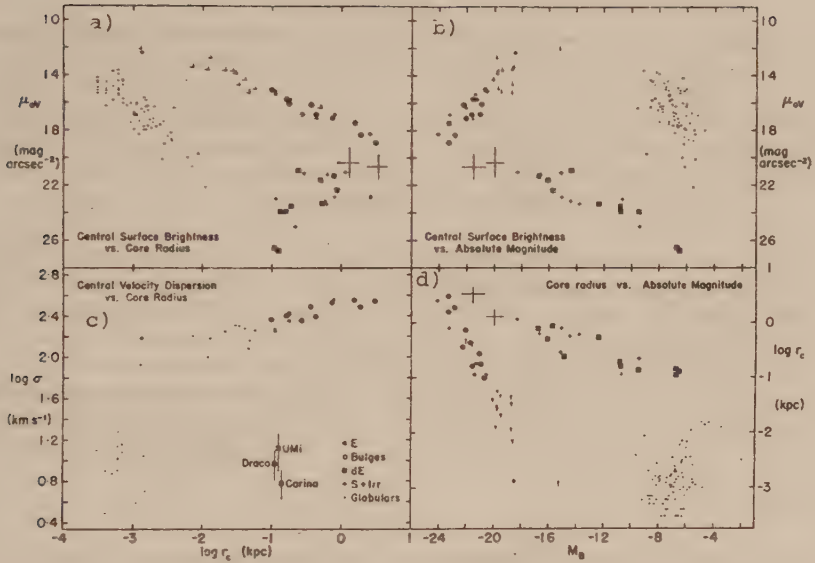


Abb. 2.1 a-d: Die Kernparameter (siehe Text) für verschiedene Arten von Sternsystemen (aus Kormendy, 1985). gEs sind als große, gefüllte Kreise, dGs sind als gefüllte Quadrate und Kugelsternhaufen sind als Punkte eingezeichnet. Die beiden großen Kreuze zeigen die Kernparameter von großen Spiralgalaxien mit einer exponentiellen Skalenlänge von $\alpha^{-1} > 4 \text{ kpc}$, beziehungsweise $\alpha^{-1} \leq 4 \text{ kpc}$.

Die globalen, sogenannten *effektiven Parameter* (effektive Oberflächenhelligkeit: μ_e , in der Abbildung als $\langle SB \rangle_e$ bezeichnet, effektiver Radius: r_e) als Funktion von M_B sind in Abb. 2.2a und Abb. 2.2b dargestellt (Binggeli et al., 1984). r_e ist als der Radius derjenigen Isophote definiert, innerhalb der die Hälfte der Gesamtleuchtkraft emittiert wird. μ_e ist die gemittelte Oberflächenhelligkeit innerhalb von r_e .

Die Oberflächenhelligkeit μ ist in $[\text{mag arcsec}^{-2}]$ definiert. Sie ist mit der Intensität I in $[\text{erg sec}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{sterad}^{-1}]$ über die Beziehung $\mu \sim -2.5 \log I$ verknüpft. Die absolute blaue Helligkeit in $[\text{mag}]$ ist mit der im V-Band bestimmten visuellen Leuchtkraft L_V über die Beziehung

$$M_B \approx M_V + 0.65 = 5.44 - 2.5 \log (L_V / L_\odot)$$

verbunden, wobei wir für alle Galaxien nach Dekel und Silk (1986) den Näherungswert $B-V=0.65$ und für die Sonne $M_V = 4.79$ angenommen haben.

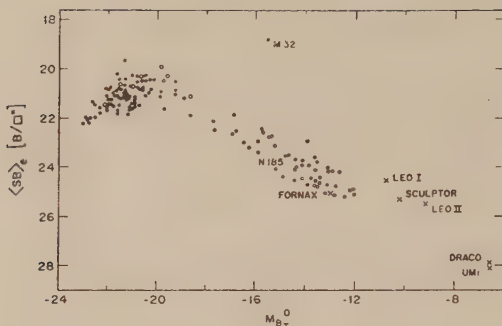


Abb. 2.2a: Die globale effektive Oberflächenhelligkeit (aus Binggeli et al., 1984, siehe Text) von gEs (gefüllte Kreise) und dGs (offene Kreise und Kreuze)

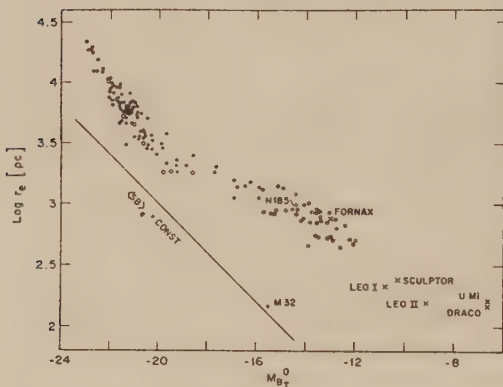


Abb. 2.2b: Der effektive Radius der in Abb. 2.2a gezeigten Systeme (aus Binggeli et al., 1984).

Wie aus den Abbildungen 2.1 und 2.2 erkennbar, bilden die gEs, dGs und Kugelhauften getrennte homogene Gruppen. Die dGs sind diffuse Objekte, die, im Vergleich zu gEs und Kugelhauften mit ähnlicher Helligkeit, ein großes r_c haben. Ihre Oberflächenhelligkeit steigt mit zunehmender blauer Helligkeit, das heißt bei einem konstanten Masse - Leuchtkraftverhältnis mit abnehmender Gesamtmasse, an.

Massereiche E - Galaxien zeigen hingegen eine mit zunehmendem M_B abfallende effektive Oberflächenhelligkeit. Sie sind wesentlich stärker zentral konzentriert, mit im Vergleich zu dGs ähnlichen Kernradien, aber wesentlich kleineren Oberflächenhelligkeiten.

Die kompaktesten Objekte sind schließlich die Kugelhafen mit kleinen Kernradien ($r_c \approx 1 pc$), kleinen Gesamtleuchtkräften und kleinen Massen ($M < 10^6 M_\odot$).

Daß es sich bei diesen drei Typen von Sternsystemen um drei getrennte Gruppen handelt folgt zum Beispiel daraus, daß für bestimmte Helligkeiten oder für bestimmte Kernradien Sternsysteme aus zwei verschiedenen Gruppen existieren, die sich in anderen globalen Eigenschaften stark voneinander unterscheiden.

Während die Messungen der *zentralen Geschwindigkeitsdispersion* von Zwerggalaxien noch sehr unsicher sind, mit einer großen Streuung zwischen $\sigma \approx 5 km/s$ bis $\sigma \approx 50 km/s$ und einem generellen Trend $L_V \sim \sigma^3$ (Tonry und Davis, 1981; Aaronson, 1983; Seitzer und Frogel, 1985; Bothun et al., 1985) zeigen die gEs eine gute Korrelation zwischen ihrer *Leuchtkraft* L_V und σ , die auch als Entfernungsbestimmung von elliptischen Galaxien verwendet wird. Die wohl bekannteste eindimensionale $L - \sigma$ -Beziehung für gEs ist die *Faber - Jackson - Relation* (kurz: FJR) (Faber und Jackson, 1976)

$$L_V \sim \sigma^4 \quad . \quad (2.1)$$

Spätere Untersuchungen (Burstein et al., 1986; Djorgovski und Davis, 1987) zeigten, daß sich die Streuung der Beobachtungsdaten um die FJR wesentlich reduzieren läßt, wenn man als zweiten Parameter die *Intensität* I_e hinzunimmt. Nach Djorgovski und Davis (1987) ist die Streuung am kleinsten, wenn gilt

$$L_V \sim \sigma^{3.45} \cdot I_e^{-0.86} \quad (2.2a)$$

$$r_e \sim \sigma^{1.39} \cdot I_e^{-0.90} \quad (2.2b)$$

Beide Relationen (2.2a) und (2.2b) wurden unabhängig voneinander gefunden.

Die Abbildung 2.3 a (aus Djorgovski und Davis, 1987) zeigt die verbesserte Skalenrelation (Gleichung 2.2a). In Abbildung 2.3b (Djorgovski und Davis, 1987) ist die *Oberflächenhelligkeit* μ_e als Funktion der Elliptizität der Galaxien dargestellt. Es läßt sich keine Korrelation zwischen μ_e und der Elliptizität feststellen.

Generell zeigt sich, daß massereiche elliptische Galaxien eine zweiparametrische Schar von Sternsystemen darstellen, deren globale Eigenschaften L_V und r_e mit die Oberflächenhelligkeit und die Geschwindigkeitsdispersion korreliert sind. Es existieren jedoch keine Beziehungen zwischen Struktureigenschaften, wie zum Beispiel der Geschwindigkeitsdispersion, dem effektiven Radius, der Dichte- oder Anisotropieverteilung und geometrischen Eigenschaften, wie der Elliptizität.

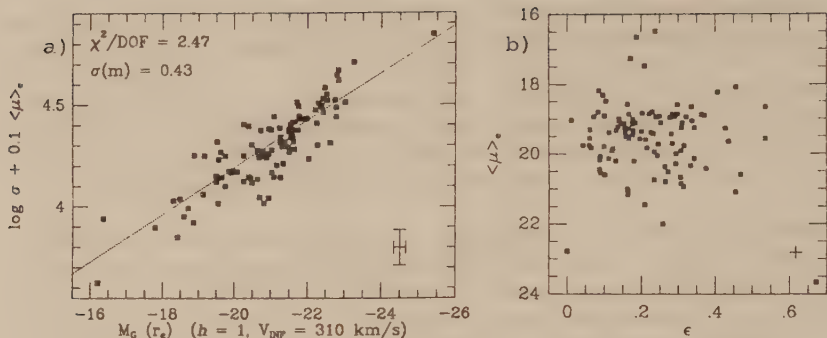


Abb. 2.3 a,b: Die verbesserte Skalenrelation (Abb. 2.3a) für massereiche E-Galaxien nach Djorgovski und Davis (1987). Die Fehlerbalken rechts unten zeigen den mittleren Fehler der Beobachtungen. M_G bedeutet die absolute Helligkeit in dem von Djorgovski (1985) definierten r_G -Band. In Abb. 2.3b ist die beobachtete Oberflächenhelligkeit $\langle \mu_e \rangle$ als Funktion der Elliptizität aufgetragen (Djorgovski und Davis, 1987)

2.2 Können Elliptische und Zwerggalaxien mit sphärisch symmetrischen Modellen beschrieben werden?

Da *elliptische Galaxien* keine Korrelationen zwischen der Elliptizität und Strukturparametern zeigen, können wir annehmen, daß die innere Struktur dieser Systeme unabhängig von ihrer Abplattung ist. Wie Bertola und Capaccioli (1975) gezeigt haben, besitzen gEs außerdem nur einen kleinen Gesamtdrehimpuls. Binney (1976) schloß daraus, daß die Elliptizität keine Folge der Rotationsabplattung ist, sondern durch eine anisotrope Geschwindigkeitsdispersion der Sterne erklärt werden muß. Die *Anisotropie* ist aber ein kinematischer Parameter, der wie in § 3.4 gezeigt wird, auch in sphärisch symmetrischen Sternsystemen auftritt und nicht von der Abplattung abhängt oder erst durch sie entsteht. Wenn wir nicht speziell an geometrischen Eigenschaften interessiert sind, können wir uns also auf die Untersuchung von sphärisch symmetrischen *EO-Galaxien* beschränken und annehmen, daß die Entwicklung dieser Systeme charakteristisch für die allgemeine Entwicklung von elliptischen Galaxien ist.

Kugelhauften und *frühe dGs* zeigen den gEs vergleichbare Elliptizitäten (Sandage et al., 1985). Auch hier scheint die Entwicklung und Struktur nicht entscheidend durch den Gesamtdrehimpuls oder die Abplattung beeinflusst zu sein.

Späte dGs haben hingegen nach Sandage et al (1985) eine Elliptizitätsverteilung,

die sich von frühen Typen unterscheidet. Ihre Abplattung sollte größer sein. Die Elliptizität ist hier jedoch nur sehr ungenau bestimmt, da diese Systeme zum einen sehr leuchtschwach sind und zum anderen durch interne, energetische Prozesse (z.B.: Supernovaexplosionen) stark gestört werden. So findet Kormendy (1986), im Gegensatz zu Sandage et al. (1985), daß sich frühe und späte Zwerggalaxien sehr ähnlich sind und auch ähnliche Abplattungen zeigen. Mit ziemlicher Sicherheit spielt auch in diesen diffusen, irregulären Systemen der Drehimpuls keine bedeutende Rolle. Wir können also auch späte Zwerggalaxien näherungsweise mit sphärisch symmetrischen Modellen beschreiben.

Während Kugelhaufen, gEs und dGs in sich homogene Stern- und Gassysteme bilden, zeigen *Spiralgalaxien* zwei getrennte Komponenten: *Halo* und *Scheibe*. Die rotationsgestützte, metallreiche galaktische Scheibe unterscheidet sich sowohl chemisch als auch kinematisch stark von dem anisotropen, metallarmen Halo. Während bei der Entwicklung des Halos näherungsweise sphärische Symmetrie angenommen werden kann, läßt sich die galaktische Scheibe mit solchen Modellen nicht beschreiben.

2.3 Eine analytische Erklärung der globalen Skalenrelationen von massereichen Elliptischen und massearmen Zwerggalaxien.

Bevor wir eine detaillierte Theorie der Dynamik und Entwicklung von Galaxien formulieren können, müssen wir ihre einfacheren globalen Eigenschaften verstanden haben. Speziell muß untersucht werden, wie sich die beobachteten Skalenrelationen von § 2.1 erklären lassen, und was wir daraus über den Anfangszustand und die Entwicklung der unterschiedlichen Typen von Galaxien lernen können.

2.3.1 Einige Vorüberlegungen und Definitionen

Wie in § 2.1 gezeigt, sind sowohl die *globalen Kernparameter* μ_c , σ , r_c als auch die *globalen effektiven Parameter* μ_e , r_e untereinander und mit M_B korreliert. Um diese Skalenrelationen verstehen zu können, sollen zuerst die beobachteten Parameter μ_e , μ_c und M_B in theoretisch berechenbare Größen umgeformt werden.

Dazu benötigen wir das *Masse-Leuchtkraft-Verhältnis* $A(r)$ am Ort r in der Galaxie. Nun zeigen elliptische und Zwerggalaxien universelle Helligkeitsverteilungen ($r^{1/4}$ -Gesetz bei gEs und *Exponentialgesetz* bei Zwerggalaxien), die man als Folge einer für den jeweiligen Galaxientyp charakteristischen Dichteverteilung interpretieren kann. Dann muß A aber in allen Galaxien eines Typs dieselbe radiale Abhängigkeit zeigen. Die einfachste Annahme wäre nun ein konstantes A . Detaillierte Rechnungen zur inneren Struktur von E-Galaxien (Binney und Mamon, 1982) haben in der Tat gezeigt, daß sich diese Systeme gut mit der An-

nahme $A = \text{const.}$ erklären lassen.

Nach den Beobachtungen (Kormendy, 1986; Djorgovski und Davis, 1987; Faber et al., 1986) hängt A von der *blauen Helligkeit* M_B der Galaxien und damit von ihrer Gesamtmasse ab. Die Streuung ist allerdings sehr groß. Als Näherung wurde durch die Beobachtungspunkte des $\log(A) - M_B$ - Diagramms von Kormendy (1986) eine Ausgleichsgerade gelegt. Wir finden die folgende *empirische* Beziehung:

$$\log A = -1.03 - 0.083 M_B = -1.46 + 0.2 \log L_V, \quad (2.3)$$

wobei A in $[M_\odot / L_\odot]$ und M_B in $[mag]$ gegeben ist. L_V bezeichnet die visuelle Helligkeit in $[L_\odot]$.

Nach Gleichung 2.3 gilt: $M \sim L_V^{1.2}$. Faber und Jackson (1976) fanden die Relation $M \sim L_V^{1.5}$, während nach Vader (1986) $M \sim L_V^{1.3}$ und nach Farouki et al. (1983) $M \sim L_V^{1.0}$ gilt.

Große elliptische Galaxien ($M_B \leq -23$) haben demnach ein großes $A \approx 9$, während Zwerggalaxien ($M_B \geq -19$) im allgemeinen ein $A \approx 2-4$ zeigen. Es sei noch erwähnt, daß die *sphäroidalen Zwerggalaxien* der lokalen Gruppe aus der Reihe fallen mit zum Teil sehr großen Masse - Leuchtkraft Verhältnissen A_{sph} und einer großen Streuung von $A_{sph} \approx 8-100$ (Aaronson, 1983; Faber und Lin, 1983; Seitzer und Frogel, 1985).

Wir können nun die *Oberflächenhelligkeit* μ_e und μ_c (kurz zusammengefaßt als: $\mu_{e,c}$) in $[mag / \text{arcsec}^2]$ aus der *mittleren Intensität* I_e und I_c (kurz: $I_{e,c}$) berechnen über

$$\mu_{e,c} = K_\mu - 2.5 \log I_{e,c}, \quad (2.4)$$

wobei K_μ eine universelle Konstante ist.

$I_{e,c}$ ist durch die *Oberflächendichte* $\Sigma_{e,c}$ in $[M_\odot / pc^2]$ bestimmt

$$I_{e,c} = \frac{1}{\pi} A^{-1} \Sigma_{e,c} = \frac{M_{e,c}}{\pi^2 r_{e,c}^2 A}. \quad (2.5)$$

M_e und M_c sind die projizierten Massen innerhalb des Radius r_e , beziehungsweise r_c .

Die Beziehung (2.5) folgt aus der Identität $I = \frac{1}{\pi} \text{Strahlungsstrom}$.

Der *effektive Radius* r_e ist definiert als diejenige Isophote, innerhalb der die Hälfte

der Gesamtleuchtkraft emittiert wird. Bei einem räumlich konstantem A folgt daraus

$$M_e = 0.5 M \quad (2.6)$$

wobei M die *Gesamtmasse* des Systems ist.

Der *Kernradius* r_c , bei dem der Betrag der projizierten Oberflächenhelligkeit relativ zum Zentrum um einen Faktor zwei abgefallen ist, ist nahezu identisch mit dem *Kingradius* r_k (Mihalas und Binney, 1981, S. 312, kurz: MB81, 312). r_k ist nach King (1966) als

$$r_k = \left(\frac{9 \sigma^2}{4 \pi G \rho_0} \right)^{0.5} r_c \quad (2.7)$$

definiert, mit der Gravitationskonstanten G und der zentralen Dichte ρ_0 .

Elliptische und Zwerggalaxien lassen sich in den Zentralbereichen gut durch eine *isotherme Sphäre* beschreiben. $\Sigma_I(R)$, die Oberflächendichte der isothermen Sphäre im Abstand R kann in dimensionslose Form Σ_* gebracht werden (Binney und Tremaine, 1987, S. 228, kurz: BT87, 228)

$$\Sigma_I(R) = \rho_0 \cdot r_c \cdot \Sigma_*(R/r_c), \quad (2.8)$$

und wir erhalten damit die *projizierte Kernmasse*

$$M_C = 2\pi \int_0^{r_c} \Sigma_I(R) R dR = 2\pi \rho_0 r_c^3 \int_0^1 \Sigma_I(x) \cdot x dx. \quad (2.9)$$

Setzen wir nun ρ_0 aus Gleichung (2.7) in Gleichung (2.9) ein, so folgt

$$M_C = K_C r_c \sigma^2 \quad (2.10a)$$

mit der Konstanten

$$K_C = \frac{9}{2G} \int_0^1 \Sigma_I(x) x dx. \quad (2.10b)$$

Damit sind die beobachtbaren Größen μ_e , μ_C und M_B durch die theoretisch berechenbaren Größen M , r_e , r_C , und σ ausgedrückt.

2.3.2 Die Bedeutung der Faber - Jackson Relation für die Theorie der Galaxienentwicklung

Galaxien sind heute in der Regel im Virialgleichgewicht. Dies folgt zum einen daraus, daß die Sternkomponente keine großskaligen Kollaps- oder Expansionsbewegungen zeigt, sondern eine universelle Dichteverteilung ohne große Dichtefluktuationen. Zum anderen zeigen auch die Skalenrelationen (Gl. 2.2a,b), daß sich Galaxien im Gleichgewicht befinden. Wir definieren dazu die *potentielle Energie* E_{pot} der beobachteten Galaxie als (siehe Gl. 3.16)

$$E_{pot} = - 0.5 \frac{G M^2}{r_e} \quad (2.11)$$

und ihre *kinetische Energie* E_{kin} als (Dekel und Silk, 1986)

$$E_{kin} = 0.5 M \sigma^2 \quad (2.12)$$

Potenzieren wir nun Gleichung (2.2a) mit 1.2, und ersetzen I_e mittels (2.5) und (2.6) durch M , so erhalten wir durch Einsetzen von M in Gleichung (2.11) und Gleichung (2.12):

$$E_{pot} \sim - \sigma^{0.05} E_{kin} \approx - E_{kin},$$

was auf ein Virialgleichgewicht hinweist. Zu einem ähnlichen Ergebnis kommen auch Faber et al. (1986) und Dressler et al. (1987).

Aus der Proportionalität $E_{pot} \sim - E_{kin}$ folgt nicht exakt die hier als Virialgleichgewicht bezeichnete Beziehung $E_{pot} = -2 E_{kin}$, da sich der Faktor 2 nicht ableiten läßt. Man beachte, daß wir hier nicht das Zeitmittel der kinetischen und potentiellen Energie betrachten, sondern das Verhältnis E_{kin} / E_{pot} zu einer bestimmten Zeit t .

Das Gleichgewicht $E_{pot} = -2 E_{kin}$ ist nicht die einzige Skalenrelation zwischen den globalen Parametern von Galaxien. Zum Beispiel gilt die FJR (2.1), zusätzlich zu den Relationen (2.2a,b), wenngleich auch mit einer großen Streuung. Nun ist im Virialgleichgewicht die *Gesamtenergie* $E_{tot} = E_{kin} + E_{pot}$ gegeben durch

$$E_{tot} = - E_{kin} = 0.5 E_{pot} = -0.25 \frac{G M^2}{r_e} = - 0.5 M \sigma^2 \quad (2.13)$$

Setzen wir σ aus der Beziehung (2.1) in (2.13) ein und berücksichtigen $M \sim L_V^{1.2}$ (Gleichung 2.3), so folgt:

$$E_{tot} \sim - M \cdot L_V^{0.5} \sim - M^{1.4} \quad (2.14)$$

Die FJR verknüpft also die Gesamtmasse der gEs mit ihrer Gesamtenergie.

Selbst, wenn sich E_{tot} und M während der galaktischen Entwicklung aufgrund von Energiedissipation und / oder Massenverlust verändert hat, kann die Relation (2.14) nicht nur eine Folge der Galaxienentwicklung sein. Betrachten wir dazu die gEs, kurz nachdem nahezu alles Gas in Sternen kondensiert war. Dieses junge, gerade erst entstandene Sternsystem wird im folgenden als *Protosternsystem* bezeichnet. Nach dem Standardmodell der Galaxienentwicklung (siehe zum Beispiel Blumenthal et al., 1984) entstand das Protosternsystem aus einer *primordialen Dichtefluktuation* der Masse M_{FI} und mit einem Radius $\eta_{\sigma} \cdot R_{FI}$ im frühen Universum. η_{σ} beschreibt die Möglichkeit, daß die Protogalaxie von einer n_{σ} -Dichtefluktuation kollabierte, die bereits um einen Faktor $n_{\sigma} = \eta_{\sigma}^{-3}$ dichter war, als das mittlere, sogenannte 1σ -Fluktuationsspektrum mit Radius R_{FI} . Nach der Abkopplung von der Expansion des Universums führte Energiedissipation in der anfangs noch gasförmigen Protogalaxie zum Kollaps und zur Sternentstehung. Nachdem der größte Teil der Materie in Sterne umgewandelt war, hatte das Protosternsystem (durch den Index PS beschrieben) eine Masse

$$M_{PS} = \eta_M \cdot M_{FI} \quad , \quad (2.15a)$$

einen internen Dichtegradienten

$$\left(\frac{d \log \rho}{d \log r} \right)_{PS} = -n_{\rho} \quad (2.15b)$$

und einen Radius

$$R_{PS} = \eta_R \eta_{\sigma} R_{FI} \quad . \quad (2.15c)$$

Mit (2.15b, c) können wir nun die *potentielle Energie* (E_{pot})_{PS} des neu entstandenen Sternsystems berechnen (BT87, 68):

$$(E_{pot})_{PS} = -4\pi G \int_0^{R_{PS}} \rho(r) m(r) r dr = -\eta_{\rho} \frac{G M_{PS}^2}{R_{FI}} \quad (2.16a)$$

mit dem *Formfaktor*

$$\eta_{\rho} = \frac{3 - n_{\rho}}{5 - 2n_{\rho}} \cdot \frac{1}{\eta_R \eta_{\sigma}} \quad . \quad (2.16b)$$

$m(r)$ ist die Gesamtmasse innerhalb des Radius r .

Die Gesamtenergie $(E_{tot})_{PS} = (E_{kin})_{PS} + (E_{pot})_{PS}$ des Protosternsystems ist dann mit Gleichung (2.16a) und M_{PS} aus Gleichung (2.15a)

$$(E_{tot})_{PS} = -\eta_{\rho} \cdot \eta_M^2 \cdot \frac{G M_{fl}^2}{R_{fl}} (1 - 0.5 \eta_{vir}) , \quad (2.17a)$$

wobei

$$\eta_{vir} = -2 \frac{(E_{kin})_{PS}}{(E_{pot})_{PS}} \quad (2.17b)$$

der *Virialkoeffizient* des Protosternsystems ist, das noch nicht im Virialgleichgewicht ($\eta_{vir} = 1$) sein muß, obwohl die Sternentstehung bereits abgeschlossen ist. So wird in § 3 gezeigt werden, daß sich die heutige Dichteverteilung von gEs erklären läßt, wenn ihre Sternsysteme eine heftige Kollapsphase durchliefen, η_{vir} also anfangs kleiner als eins war. $(E_{kin})_{PS}$ bezeichnet die gesamte *kinetische Energie* des Systems.

Die Entwicklung des Protosternsystems verläuft nun *dissipationslos*, das heißt $(E_{tot})_{PS}$ und M_{PS} ist eine Erhaltungsgröße, da, wie in § 3 gezeigt wird, selbst eine anschließende heftige Kollapsphase bei gEs zu keinem signifikanten Verlust an Sternen führt.

Mit (2.13) und (2.17a) und der Bedingung $(E_{tot})_{PS} = E_{tot}$ und $M_{PS} = M$, wobei E_{tot} und M die Gesamtenergie und die Gesamtmasse der heute beobachtbaren Galaxie bezeichnet, erhalten wir eine Beziehung zwischen dem Anfangs- und Endzustand der galaktischen Entwicklung

$$E_{tot} = -0.25 \frac{G M^2}{r_e} = (E_{tot})_{PS} = -\eta_{coll} \frac{G M_{fl}^2}{R_{fl}} \quad (2.18a)$$

wobei die Physik des Kollapses in der Variablen

$$\eta_{coll} = \eta_{\rho} \cdot \eta_M^2 \left(1 - \frac{\eta_{vir}}{2}\right) \quad (2.18b)$$

zusammengefaßt ist.

Die Beziehungen (2.18a,b) wurden für gEs abgeleitet. Sie gelten aber genauso für gasarme, frühe Zwerggalaxien, wie zum Beispiel für zwergelliptische Galaxien (dEs) und Zwergsphäroide (dSph) und näherungsweise auch für späte Zwerggalaxien, die dieselben Skalenrelationen zeigen, wie die frühen dGs.

η_{coll} (Gl. 2.18b) hängt von dem jeweiligen Galaxientyp ab. So wird in §3 und §5 gezeigt werden (siehe auch Dekel und Silk, 1986), daß gEs aus primordialen 2σ - bis 3σ - Dichtefluktuationen, das heißt mit $\eta_\sigma \approx 0.7 - 0.8$, entstanden und eine heftige Kollapsphase hatten. Das Protosternsystem entstand zu Beginn des Kollapses auf Zeitskalen, die kurz gegenüber der dynamischen Zeitskala waren, und hatte daher noch annähernd denselben Radius wie die Protogalaxie ($\eta_R = 1$). Es war jedoch weit von seinem Virialgleichgewicht entfernt ($\eta_{vir} \approx 0 - 0.5$). Der Dichtegradient hing stark von den Anfangsbedingungen ab und konnte zwischen $n_\rho = 0$ bis $n_\rho = 2$ variieren. Wie die chemodynamischen Rechnungen in §5 außerdem zeigen werden, hatten die massereichen gEs nur einen geringen Massenverlust: $\eta_M \approx 0.75 - 1$ (siehe auch Arimoto und Yoshii, 1987a,b).

Zwerggalaxien entstanden andererseits aus 1σ - bis 3σ - Dichtefluktuationen, das heißt mit $\eta_\sigma \approx 0.7 - 1$ (Dekel und Silk, 1986, Burkert und Hensler, 1989a; siehe auch §5) und hatten keine ausgeprägte Kollapsphase. Ihr Protosternsystem mit Dichtegradienten $n_\rho \approx 0 - 2$, blieb diffus ($\eta_R \approx 1$) und war bei seiner Entstehung bereits nahezu im Virialgleichgewicht ($\eta_{vir} \approx 0.5 - 1$ (siehe §5). Nach Arimoto und Yoshii (1987a,b) und Burkert und Hensler (1989a) konnten die dGs während der Sternentstehungsphase bis zu 50% ihrer Gesamtmasse in Form von galaktischen Winden verlieren ($\eta_M \approx 0.5 - 0.8$).

Zusammenfassend gilt also mit Gleichung (2.16b) und (2.18b) für

$$\begin{aligned} \text{massereiche E-Galaxien: } \eta_\sigma \approx 0.7 - 0.8; n_\rho \approx 0 - 2; \eta_R \approx 1 &\implies \eta_\rho \approx 0.75 - 1.43 \\ \eta_{vir} \approx 0 - 0.5; \eta_M \approx 0.75 - 1 &\implies \eta_{coll} \approx 0.32 - 1.43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zwerggalaxien: } \eta_\sigma \approx 0.7 - 1; n_\rho \approx 0 - 2; \eta_R \approx 1 &\implies \eta_\rho \approx 0.6 - 1.4 \\ \eta_{vir} \approx 0.5 - 1; \eta_M \approx 0.5 - 0.8 &\implies \eta_{coll} \approx 0.075 - 0.7 \end{aligned}$$

Als erstes Anwendungsbeispiel setzen wir die FJR für gEs in der Form (2.14) in (2.18a) ein und erhalten dann:

$$R_{fl} \sim \eta_{coll} \eta_M^{-1.4} M_{fl}^{0.6} \approx \eta_{coll} \cdot \eta_M^{-2} \cdot M^{0.6} \quad (2.19)$$

Wenn die FJR, ähnlich wie das Virialgleichgewicht, eine Folge der Entwicklung und des Kollapses von gEs wäre, unabhängig von den gewählten Anfangsbedingungen, so müßte die rechte Seite von Gleichung (2.19) unabhängig sein von der linken Seite. Das heißt, $\eta_{coll} \cdot \eta_M^{-2} \cdot M^{0.6}$ muß konstant sein. Nun haben aber gEs Massen zwischen $M \approx 10^{10} - 10^{13} M_\odot$, während $\eta_{coll} \cdot \eta_M^{-2}$ zwischen 0.3 und 2.5 liegt. $M^{0.6}$ kann also um einen Faktor 60 variieren, $\eta_{coll} \cdot \eta_M^{-2}$ nur um einen Faktor 8. Daraus folgt, daß Gleichung (2.19) und damit die FJR eine enge Beziehung zwischen den

Massen von elliptische Galaxien und Eigenschaften ihrer primordialen Dichtefluktuationen darstellt. Unsere Rechnungen zur *chemodynamischen Entwicklung* von elliptische Galaxien werden also nur dann die FJR reproduzieren können, wenn wir die geeigneten Anfangsbedingungen wählen (siehe § 2.3.3).

Aus den Beobachtungsdaten von Djorgovski und Davis (1987) läßt sich eine *mittlere Streuung* um die FJR von

$$\Delta \log \sigma \approx 0.25$$

abschätzen.

Mit (2.1) und (2.3) erhalten wir damit eine mittlere Streuung von M ,

$$\Delta (\log M^{0.6}) \approx 0.72 ,$$

was gut mit der Variationsbreite von $\log (\eta_{coll} \cdot \eta_M^{0.6})$, $\Delta \log (\eta_{coll} \cdot \eta_M^{0.6}) = 0.71$ übereinstimmt. Die Streuung der Meßpunkte um die FJR läßt sich also durch individuelle Unterschiede in der internen Entwicklung von elliptischen Protogalaxien mit gleicher Anfangsmasse und gleichem Anfangsradius erklären.

2.3.3 Skalenrelationen zwischen globalen effektiven Parametern

Zur Erklärung der Skalenrelationen benötigen wir ein *kosmologisches Modell*, welches M_{FI} mit R_{FI} verbindet. Eine zur Zeit sehr populäre Theorie ist das *CDM - Modell* (*c*old *d*ark *m*atter; siehe z.B. Blumenthal et al., 1984). Abbildung 2.4 (aus Gunn, 1987) zeigt das *CDM - Spektrum* ($\delta M_{FI}/M_{FI}$) in einem inflationären Universum. Der mit eingezeichnete *Spektralindex* $n(M_{FI})$ ist definiert durch

$$R_{FI}(M_{FI}) = R_0 \left(\frac{M_{FI}}{M_0} \right)^{\frac{5+n}{6}} \quad (2.20)$$

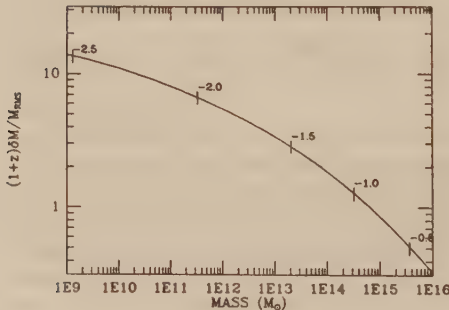


Abb. 2.4: Das CDM - Spektrum in einem inflationären Universum nach Gunn (1987). Die Markierungen bezeichnen den Spektralindex.

n läßt sich näherungsweise approximieren durch

$$n(M_{FI}) \approx 0.25 \log(M_{FI}) - 4.75. \quad (2.21)$$

R_0 und M_0 sind Skalenparameter. Während R_0 im wesentlichen die Einheit von R_{FI} festlegt, bestimmt M_0 die Änderung von R_{FI} mit M_{FI} .

Wir ersetzen nun M_{FI} in Gleichung (2.18a) durch $M_{PS} = M$ aus Gleichung (2.15a) und erhalten:

$$r_e = R_{FI} \cdot 0.25 \frac{\eta_M^2}{\eta_{coll}}. \quad (2.22)$$

R_{FI} in Gleichung (2.22) wird nun durch Gleichung (2.20) ersetzt. Zur Berechnung von I_e kann jetzt r_e aus Gleichung (2.22) und $M_e = 0.5 M = 0.5 \eta_M M_{FI} = 0.5 A \cdot L_V$ nach Gleichung (2.6) in Gleichung (2.5) eingesetzt werden. I_e wird in Gleichung (2.4) eingesetzt. Mit Hilfe der Beziehung (2.3) für A folgt dann die *Oberflächenhelligkeit*

$$\begin{aligned} \mu_e &= K_{\mu,0} + K_{\mu,1} - n(0.833 \log M_0 + 0.855) - M_B(1 + 0.4n) \\ K_{\mu,1} &= -5 \log \left\{ \eta_{coll} \cdot \left(\eta_M \right)^{\frac{n-7}{6}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

$K_{\mu,0}$ ist eine universelle Konstante.

$K_{\mu,1}$ läßt sich aufspalten in

$$K_{\mu,1} = \langle K_{\mu,1} \rangle \pm \Delta K_{\mu,1} \quad (2.24)$$

wobei gilt

$$\begin{aligned} \text{gE-Galaxien:} \quad & \langle K_{\mu,1} \rangle_{\text{gE}} \approx 0.6 \text{ mag}; \quad (\Delta K_{\mu,1})_{\text{gE}} \approx 1.4 \text{ mag} \\ \text{Zwerggalaxien:} \quad & \langle K_{\mu,1} \rangle_{\text{dG}} \approx 2.4 \text{ mag}; \quad (\Delta K_{\mu,1})_{\text{dG}} \approx 2.2 \text{ mag} \end{aligned}$$

Der Spektralindex n aus Gleichung (2.21) kann mit Hilfe von Gleichung (2.3) in Abhängigkeit von M_B geschrieben werden. Er hängt nicht kritisch von η_M ab. Für $\eta_M \approx 1$ gilt näherungsweise

$$n(M_B) \approx -4.46 - 0.12 M_B. \quad (2.25)$$

Die Gleichungen (2.23) und (2.25) beschreiben die theoretisch zu erwartende Abhängigkeit von μ_e mit M_B . Abbildung 2.5 zeigt $(\mu_e)_{theo}$ sowie die erwartete theoretische Streuung $\Delta K_{\mu,1}$. Die Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist gut. Da die erwartete Streuung ΔK der globalen Parameter größer ist, als $(\langle K_{\mu,1} \rangle_{gE} - \langle K_{\mu,1} \rangle_{dG})$ kommt es hier zu keiner signifikanten Lücke beim Übergang von gEs zu Zwerggalaxien.

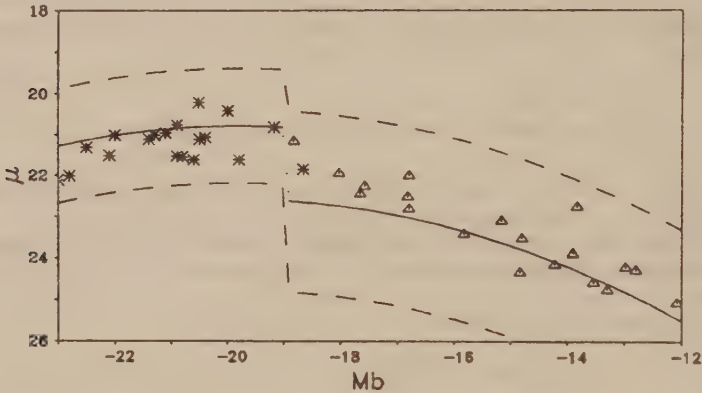


Abb. 2.5: Die theoretische Oberflächenhelligkeit μ als Funktion der blauen Helligkeit M_b . Die Sterne zeigen beobachtete gEs, Dreiecke entsprechen beobachteten Zwerggalaxien (Binggeli et al., 1984). Die theoretische Skalensrelation ist als durchgezogene Linie eingetragen. Die gestrichelte Linie zeigt die theoretisch zu erwartende Streuung der Beobachtungen.

Die theoretische Kurve (Gl. 2.23) läßt sich mittels $K_{\mu,0}$ entlang der μ_e -Achse und mittels M_0 entlang der M_B -Achse verschieben. Die beste Übereinstimmung mit den Beobachtungen ergibt sich für

$$\log M_0 = 10 \quad . \quad (2.26)$$

Man beachte, daß M_0 nur einmal frei gewählt werden kann und dann für die anderen Skalensrelationen vorgegeben ist.

M_0 liefert eine wichtige Information über die primordialen Fluktuationen aus denen sich die beobachteten Galaxien gebildet haben.

Wie für μ_e kann aus Gleichung (2.22) mit Gleichung (2.20) der *effektive Radius*

berechnet werden,

$$\log r_e = K_{r,0} + K_{r,1} + \frac{5+n}{6} (0.86 - \log M_0 - 0.483 M_B) \quad (2.27a)$$

$$K_{r,1} = \log \left(\frac{(\eta_M)^{\frac{7-n}{6}}}{\eta_{coll}} \right). \quad (2.27b)$$

$K_{r,0}$ ist eine Konstante. $K_{r,1}$ ergibt sich für gEs beziehungsweise für dGs zu

$$K_{r,1} = \langle K_{r,1} \rangle \pm \Delta K_{r,1} \quad (2.28a)$$

mit

$$\text{gE-Galaxien:} \quad \langle K_{r,1} \rangle = 0.1 ; \quad \Delta K_{r,1} = 0.3 \quad (2.28b)$$

$$\text{Zwerggalaxien:} \quad \langle K_{r,1} \rangle = 0.5 ; \quad \Delta K_{r,1} = 0.4 .$$

Abbildung 2.6 zeigt $\log r_e$, die erwartete Streuung sowie die Beobachtungen. Die Übereinstimmung ist auch hier gut. Nach (2.28b) tritt wieder kein großer beobachtbarer "Sprung" beim Übergang von gEs zu dGs auf.

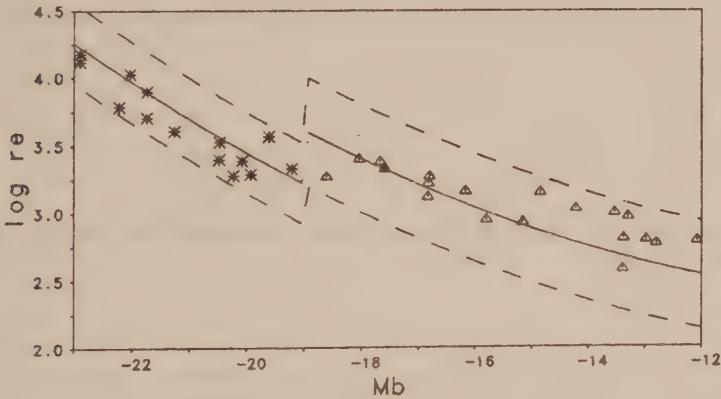


Abb. 2.6: Die theoretische Skalenrelation zwischen dem effektiven Radius r_e und der blauen Helligkeit M_b . Die Symbole sind wie in Abb. 2.5 definiert. Die Beobachtungsdaten stammen von Binggeli et al. (1984).

2.3.4 Theoretische Skalenrelationen zwischen globalen Kernparametern

Die *Kernparameter* von Galaxien unterscheiden sich stark von den *globalen effektiven Parametern*. Dies läßt sich dadurch erklären, daß die *Kernmasse* M_C nach Gleichung (2.7) von zwei Parametern abhängt, nämlich von der Gesamtmasse M (über σ^2) und von der Zentraldichte ρ_0 . Während M_e nach Gleichung (2.6) nur eine Funktion der Gesamtmasse war, spielt nun auch die *Dichteverteilung* und damit die *zentrale Konzentration* der Galaxien eine wichtige Rolle.

Nach den Beobachtungen zeigen alle Zwerggalaxien eine Oberflächenhelligkeitsverteilung, die gut durch ein Exponentialgesetz beschrieben werden kann, während gEs durch de Vaucouleurs $r^{1/4}$ -Gesetz charakterisiert sind (siehe §3.1). Es läßt sich außerdem zeigen (Okamura, 1985), daß die Dichteprofile von *Kingmodellen* mit einem *Konzentrationsindex* $c \approx 1$ gut einem Exponentialgesetz gleichen, während Kingprofile mit $c \approx 2$ gut mit dem $r^{1/4}$ -Gesetz übereinstimmen (siehe auch Tab. 3.1 in §3.1.1).

Ist c gegeben, so können wir den *Kernradius* (BT87, 233)

$$r_C = 10^{-c} r_t \quad (2.29)$$

berechnen, wenn wir den *Gezeitenradius* r_t kennen, der andererseits für alle Galaxien linear mit dem effektiven Radius r_e korreliert ist (Sandage und Binggeli, 1984).

Daraus folgt

$$r_C = x_C \cdot 10^{-c} r_e, \quad (2.30)$$

wobei x_C eine Konstante ist.

Nach Gleichung (2.13) ist die *zentrale Geschwindigkeitsdispersion* σ näherungsweise gegeben durch

$$\sigma^2 = 0.5 \frac{GM}{r_e}. \quad (2.31)$$

Wir setzen nun σ^2 aus (2.31) und r_C aus (2.30) in Gleichung (2.10a) ein und erhalten eine Abschätzung für die *Zentralmasse* von Galaxien,

$$M_C = x_{M_C} \cdot 10^{-c} M, \quad (2.32)$$

wobei x_{M_C} eine Konstante ist.

Mit M_C aus Gleichung (2.32) und r_C aus Gleichung (2.30) läßt sich nach Gleichung (2.5) I_C und damit nach Gleichung (2.4) die *zentrale Oberflächenhelligkeit* μ_C berechnen:

$$\mu_C = K_{\mu_C} + \mu_e - 2.5 c \quad (2.23)$$

mit der Konstanten K_{μ_C} . μ_e folgt aus Gleichung (2.23).

Mit $\mu_C (M_B)$ nach (2.33) läßt sich aus Gleichung (2.30) und Gleichung (2.27a) $r_C (M_B)$ und damit $\mu_C (r_C)$ für elliptische- und Zwerggalaxien berechnen. Aus Gleichung (2.31) folgt schließlich noch mit Gleichung (2.30) und $\log A$ aus (2.3)

$$\log \sigma = K_{\sigma_C} - 0.24 M_B - 0.5 \log r_C + 0.5 c \quad (2.34)$$

mit der Konstanten K_{σ_C} .

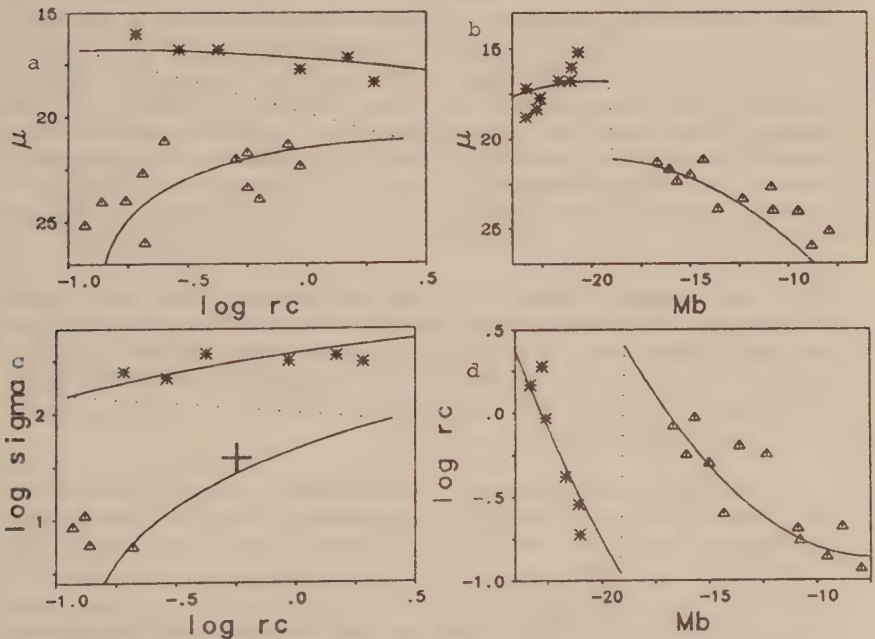


Abb. 2.7 a-d: Die theoretischen Relationen zwischen den Kernparametern von massereichen elliptischen Galaxien und Zwerggalaxien. Die Symbole sind wie in Abb. 2.6 definiert. Zu den eingezeichneten Beobachtungen siehe Kormendy (1985).

Die Abbildungen 2.7a bis 2.7d zeigen die theoretisch vorhergesagten Relationen zwischen den Kernparametern. Die Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist gut. Aufgrund ihres unterschiedlichen Konzentrationsparameters ist die Lücke zwischen massereichen elliptischen Galaxien und Zwerggalaxien bei den Kernparametern wesentlich größer, als bei den globalen Parametern. Man beachte außerdem, daß sich beim Übergang von gEs zu dGs sowohl μ_C als auch r_C sprunghaft ändert. μ_C und r_C wird nach Gleichung (2.33) und (2.30) größer. Dies führt zu der in Abb. 2.7a gezeigten *Mehrdeutigkeit* von μ_C (r_C). Große elliptische Galaxien und Zwerggalaxien zeigen also dasselbe r_C , sie unterscheiden sich aber in ihrer Kernhelligkeit μ_C .

2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

In diesem Kapitel wurde gezeigt, daß man die beobachteten Skalenrelationen zwischen den globalen effektiven- und Kernparametern von massereichen elliptischen und Zwerggalaxien verstehen kann, wenn diese Systeme aus einem primordialen CDM - Fluktuationsspektrum entstanden sind und sich heute im Virialgleichgewicht befinden. Nach unseren Abschätzungen können diese Korrelationen nicht durch *interne, energetische Prozesse* (beschrieben durch η_{vir}), *Massenverlust* (η_M) oder andere *dynamische Eigenschaften* (η_{coll}) erklärt werden. Daß zum Beispiel die Oberflächenhelligkeit von gEs mit abnehmender Leuchtkraft leicht abnimmt, während sie bei dGs zunimmt ist also keine Folge der unterschiedlichen Entwicklungswege dieser Galaxien. Derselbe Trend würde sich auch ergeben, wenn beide Galaxien dieselbe Entwicklung, ausgehend von einem CDM - Fluktuationsspektrum, durchlaufen würden. Bei gegebenem M_B kann jedoch die *Streuung* der Beobachtungen eine Folge individuell verschiedener Entwicklungswege sein.

Obwohl die *globalen Parameter* nicht stark von der Entwicklung der Galaxien abhängen, kann die Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtungen noch verbessert werden, wenn wir annehmen, daß gEs wenig Massenverlust ($\eta_M \approx 1$) und einen starken Kollaps ($\eta_{vir} \ll 1$) hatten. Zwerggalaxien haben andererseits viel Materie verloren ($\eta_M < 0.5$) und blieben während ihrer Entwicklung immer nahe ihrem Virialgleichgewicht ($\eta_{vir} \approx 1$).

Die beobachtete Lücke zwischen den Kernparametern von gEs und dGs läßt sich durch Unterschiede in ihrer Dichteverteilung erklären. Dadurch, daß der Übergang *sprunghaft* bei $M_B \approx -19$ ($M_{FI} \approx 10^{10} M_\odot$) auftritt, folgt auch wiederum, daß beide Galaxientypen verschiedene Entwicklungswege hatten, obwohl sie sich aus demselben Fluktuationsspektrum bildeten, welches bei $M_{FI} \approx 10^{10} M_\odot$ keine Diskontinuität aufweist. Es muß hier also ein *Phasenübergang* stattgefunden haben. Galaxien mit $M \geq 10^{10} M_\odot$ entwickelten sich zu kompakten Systemen. Galaxien mit $M < 10^{10} M_\odot$ blieben diffus.

Aus dem Vergleich der theoretischen Ergebnisse mit den Beobachtungen konnte wir den *Skalenparameter* M_0 der primordialen Dichtefluktuations abschätzen. M_0 definiert diejenige Massenskala bei der die Dichtefluktuations nichtlinear anwachsen und legt die *Anfangsbedingungen* für die späteren numerischen Rechnungen fest. Der hier gefundene Wert $M_0 = 10^{10} M_\odot$ ist physikalisch sinnvoll. Wie er aber physikalisch erklärt werden kann, ist ein Problem der Kosmologie und soll hier nicht diskutiert werden.

3. Die dynamische Entwicklung von Sternsystemen

Im letzten Kapitel wurden *globale*, über große Bereiche der Galaxien gemittelte Eigenschaften untersucht. In diesem Kapitel soll nun die *innere Struktur* von Galaxien näher verstanden werden. Dabei werden wir die Galaxien als reine *Sternsysteme* betrachten. Diese vereinfachende Annahme ist insofern berechtigt, als heute mehr als 80% ihrer sichtbaren Materie in Sternen kondensiert ist. Wie außerdem die *chemodynamischen Rechnungen* zeigen werden, hatten speziell die *frühen Galaxientypen* eine kurze, heftige *Sternentstehungsphase*. Ihre jetzige Struktur ist daher eng mit der Dynamik ihres damals entstandenen Sternsystems verbunden.

Die Entwicklung astrophysikalischer N - Teilchensysteme unterscheidet sich grundlegend von der statistischen Physik idealer, stoßdominierter Gase. In §3.2 soll dies durch Abschätzung einiger wichtiger *Zeitskalen* verdeutlicht werden.

Mit Hilfe der in §3.1 zusammengestellten *Beobachtungen* wird dann in §3.3 speziell die heutige innere Struktur von massereichen *elliptischen Galaxien* diskutiert. Ob und wie sich die in §3.3 abgeleiteten dynamischen Eigenschaften dieser Sternsysteme *stellardynamisch* verstehen lassen, soll in §3.4 *numerisch* untersucht werden. Es wird außerdem gezeigt, daß sich durch geeignete Wahl der Anfangsbedingungen auch die Sternverteilung in *Zwerggalaxien* stellardynamisch verstehen läßt.

In §3.5 wird ein neues, *analytisches Modell* der Stelldynamik vorgestellt. Damit können wir die numerischen Rechnungen von §3.4 auch analytisch verstehen. Wir können berechnen, warum sich die Sternverteilung von gEs und dGs unterscheidet und was man daraus über ihren Ursprung und den protogalaktischen Kollaps erfahren kann.

Schließlich wird in §3.6 eine andere, im Vergleich zu N - Körperrechnungen wesentlich ökonomischere Methode zur Beschreibung von stoßfreien Systemen diskutiert und ihr Gültigkeitsbereich durch Vergleich mit den N - Körperrechnungen bestimmt. Dieses Verfahren wird in den späteren chemodynamischen Rechnungen zur Dynamik von N - Teilchensystemen (Sterne, Gaswolken) verwendet.

3.1 Beobachtungen zur Inneren Struktur von Sternsystemen

Beobachtungen zur inneren Struktur von sphärisch symmetrischen Sternsystemen beschränken sich hauptsächlich auf Messungen der *Oberflächenhelligkeitsverteilung* und der *projizierten Geschwindigkeitsdispersion*.

3.1.1 Die Intensitätsverteilung von Sternsystemen

gEs, dGs und Kugelsternhaufen zeigen verschiedene *Intensitätsverteilungen* I . Während sich die großen elliptischen Galaxien durch *de Vaucouleurs $r^{1/4}$ -Gesetz* (de Vaucouleurs, 1948)

$$I_{1/4}(R) = I_e \exp \left\{ -7.67 \left[\left(\frac{R}{R_e} \right)^{1/4} - 1 \right] \right\} \quad (3.1)$$

beschreiben lassen, beobachtet man bei Zwerggalaxien generell eine *exponentiell* abfallende Intensität (Binggeli et al., 1984):

$$I_{exp}(R) = I_0 \exp(-R/R_e) \quad (3.2)$$

R ist hier der projizierte Abstand vom Zentrum.

Kugelhaufen können hingegen gut durch *Kingprofile* (King, 1966), beziehungsweise durch *Polytrope* mit Index $n=5$ (Plummer, 1911; Chandrasekhar, 1939) dargestellt werden.

Auch gEs und dGs lassen sich durch *Kingprofile*, allerdings mit unterschiedlichen Parametern beschreiben (Tabelle 3.1).

Tabelle 3.1 Die Kingparameter von Kugelhaufen, Zwerggalaxien und elliptischen Galaxien.

	Kugelhaufen	Zwerggalaxien	E - Galaxien
Konzentration c	0.75 - 1.75	0.5 - 1.5	2
Kingradius r_0	1 pc - 10 pc	200 pc - 1 kpc	200 pc - 800 pc
Massen	$10^5 M_\odot - 10^6 M_\odot$	$10^6 M_\odot - 10^{10} M_\odot$	$10^{10} M_\odot - 10^{12} M_\odot$

3.1.2 Die Geschwindigkeitsdispersionsverteilung von Sternsystemen

gEs zeigen in der Regel eine in den inneren Gebieten konstante und außen mit zunehmendem Radius abfallende *Geschwindigkeitsdispersion* $\sigma(r)$ (Illingworth, 1983; Kormendy, 1986).

Für Zwerggalaxien liegen zur Zeit noch keine genauen Messungen zur radialen Abhängigkeit von $\sigma(r)$ vor. Hier kennt man selbst für nahe Systeme nur die mittlere Geschwindigkeitsdispersion (Aaronson, 1986).

In Kugelhaufen wird schließlich eine nach außen abnehmende Geschwindigkeitsdispersion beobachtet (Meylan, 1987; Elson et al., 1987).

3.2 Dynamische Entwicklungsprozesse und ihre Zeitskala in astrophysikalischen N – Teilchensystemen

Aus dem Alter eines Sternsystems kann man bereits durch Abschätzung einiger wichtiger *Zeitskalen* etwas über den Entwicklungszustand erfahren.

Betrachten wir dazu ein Ensemble aus N gravitativ wechselwirkenden Teilchen der Masse m und mit dem Teilchenradius r_* . Befindet sich das System im *Virialgleichgewicht*, so läßt sich nach Gleichung (2.13) die *mittlere Teilchengeschwindigkeit* v abschätzen durch

$$v^2 = 0.5 \frac{G M}{R} \quad (3.3)$$

wobei R der Gesamtradius des Systems ist.

Als *Zeiteinheit* wird üblicherweise die *mittlere Durchquerungszeit* t_0 definiert (Scheffler und Elsässer, 1982, S. 485, kurz: SE82,485):

$$t_0 = \frac{R}{v} \quad (3.4a)$$

Im Virialgleichgewicht ist t_0 proportional zur *freien Fallzeit* τ_{ff} (BT87, 184),

$$\tau_{ff} = \left(\frac{3 \pi}{32 G \rho} \right)^{0.5} \quad (3.4b)$$

ρ ist die mittlere Massendichte des Systems.

Sternsysteme entwickeln sich dynamisch auf Zeitskalen der freien Fallzeit, die nur im Gleichgewicht mit der mittleren Durchquerungszeit übereinstimmt. Für $t \leq \tau_{ff}$ hängt der Zustand des Systems stark von den Anfangsbedingungen ab und es können große Dichtefluktuations auftreten. Nach einer freien Fallzeit kommt das System in ein Virialgleichgewicht. Wir definieren daher die *dynamische Zeitskala* τ_{dyn} durch:

$$\tau_{dyn} = \tau_{ff} = 1.5 \cdot 10^6 \left(\frac{R}{kpc} \right)^{1.5} \left(\frac{N}{10^{11}} \right)^{-0.5} \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-0.5} \text{ Jahre} \quad (3.5)$$

Die Entwicklung eines Teilchensystems hängt kritisch davon ab, ob Stöße eine Rolle spielen oder ob sich das System *stoßfrei* beschreiben läßt. Je nach *Stoßparameter*

b wird zwischen drei verschiedenen Zeitskalen unterschieden: τ_{coll} , τ_{relax} , τ_{diss} .

Die *Stoßzeitskala* τ_{coll} ist diejenige Zeitspanne, innerhalb der ein Teilchen im Mittel einen Zweierstoß mit großem *Ablenkwinkel* $\Psi \geq 90^\circ$ erfährt. Sie ist für Systeme im Virialgleichgewicht gegeben durch (SE82, 485 ff; Burkert, 1986)

$$\tau_{coll} = 0.06 N t_0 = 2.8 \cdot 10^{17} \left(\frac{N}{10^{11}} \right)^{0.5} \left(\frac{R}{10 \text{ kpc}} \right)^{1.5} \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-0.5} \text{ Jahre} \quad (3.6)$$

In "normalen" Sternsystemen sind Zweierstöße selten. Da die Gravitation aber eine langreichweitige Wechselwirkung ist, können Teilchen auch durch kleine, zufällige Fluktuationen in der sie umgebenden Sternverteilung abgelenkt werden. Die Zeit, nach der diese zufälligen Winkelablenkungen Ψ_i auf einen Betrag

$$\left(\sum \Psi_i^2 \right)^{0.5} = \pi/2 \quad (3.7)$$

angewachsen sind, nennt man die *Relaxationszeit* τ_{relax} (Chandrasekhar, 1960)

$$\tau_{relax} = 0.1 \frac{N}{\ln N} t_0. \quad (3.8)$$

τ_{coll} beziehungsweise τ_{relax} sind die typischen Zeitskalen, auf denen Stöße wichtig werden und das N -Teilchensystem die Information über den Anfangszustand verloren hat, wenn es sich immer nahezu im Virialgleichgewicht befindet. Sie bestimmen aber nicht die Zeit, auf der Sternsysteme ins Gleichgewicht kommen können (siehe § 3.4.1). In kollabierenden Systemen wird außerdem die Relaxationszeit durch *violent relaxation* (siehe § 3.5.3) stark verkürzt. Man beachte, daß τ_{coll} und τ_{relax} bei konstantem t_0 mit zunehmendem N anwachsen. Ein selbstgravitierendes Teilchensystem unterscheidet sich hierin von einem "normalen", idealen Gas, in dem die Stoßzeit mit zunehmender Teilchenzahl abnimmt. Für $N \geq 36$ ist die Relaxationszeitskala größer als t_0 . Sie ist aber in der Regel kleiner als τ_{coll} .

Bei ausgedehnten, diffusen Objekten, wie zum Beispiel bei Galaxien in galaktischen Haufen oder bei der Wolkenkomponente von Protogalaxien spielen *direkte Stöße* eine wichtige Rolle. Diese Stöße sind in der Regel *dissipativ*. Ein Teil der kinetischen Energie wird in innere Energie der einzelnen Stoßpartner umgewandelt. Wie zur Berechnung von τ_{coll} kann die *Dissipationszeitskala* τ_{diss} für direkte Stöße mit der Bedingung $b \leq r_*$ abgeschätzt werden,

$$\tau_{diss} = 0.23 \frac{R}{N r_*^2} t_0 = \quad (3.9)$$

$$= 1.1 \cdot 10^8 \left(\frac{R}{\text{Mpc}} \right)^{3.5} \left(\frac{m}{10^{11} M_\odot} \right)^{-0.5} \left(\frac{N}{10^4} \right)^{-1.5} \left(\frac{r_*}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2} \text{ Jahre.}$$

Tabelle 3.2 zeigt wichtige Parameter und Zeitskalen für einige astrophysikalische N-Teilchensysteme.

Tabelle 3.2: Wichtige Zeitskalen einiger astrophysikalischer Teilchensysteme in Einheiten von Jahren.

Teilchensystem	N	R	m	r_*	τ_{dyn}	τ_{coll}	τ_{diss}	τ_{relax}
Sternkomponente von Galaxien	10^{11}	20 kpc	$1 M_\odot$	$R_\odot$	$1 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{20}$	$5 \cdot 10^{16}$
Kugelsternhaufen	10^6	20 pc	$1 M_\odot$	$R_\odot$	$1 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{11}$	$9 \cdot 10^9$
Zentren von Kugelsternhaufen	10^4	1 pc	$1 M_\odot$	$R_\odot$	$1 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^7$	$7 \cdot 10^{15}$	$1 \cdot 10^7$
Zentren von Galaxien	10^7	1 pc	$1 M_\odot$	$R_\odot$ $100 R_\odot$	$5 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{11}$ $2 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^7$
Wolkensysteme in Protogalaxien	10^5	30 kpc	$10^6 M_\odot$	300 pc	$2 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{11}$
Galaxienhaufen	10^3	2 Mpc	$10^{11} M_\odot$	30 kpc	$4 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{11}$	$4 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^{10}$

3.3 De Vaucouleurs $r^{1/4}$ -Gesetz

Elliptische Galaxien, sphäroidale Komponenten von Spiralgalaxien und sogar Galaxienhaufen zeigen eine *Oberflächenhelligkeitsverteilung*, die sich über einen weiten Bereich gut durch de Vaucouleurs $r^{1/4}$ -Gesetz beschreiben läßt. In diesem Abschnitt soll nun die Struktur solcher Teilchensysteme näher untersucht werden. Nach Ableitung einer analytischen Näherung zur Dichte- und Potentialverteilung (§ 3.3.1) wird in § 3.3.2 die Geschwindigkeitsdispersionsverteilung und Anisotropie der durch das $r^{1/4}$ -Gesetz beschriebenen Sternsysteme diskutiert. Schließlich werden in § 3.3.3 einige für § 3.4 wichtige Eigenschaften der Stern-

bahnen in diesen Systemen untersucht.

3.3.1 Die Dichte- und Potentialverteilung des $r^{1/4}$ -Gesetzes

Das de Vaucouleurssche Gesetz (Gl. 3.1) ist insofern unhandlich, als dazu keine analytische, *deprojizierte Dichteverteilung* bekannt ist. Die Dichteverteilung muß also numerisch mittels der Gleichungen (BT87, 101):

$$\rho(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{d\Sigma}{dR} (R^2 - r^2)^{-0.5} dR \quad (3.10)$$

ermittelt werden (Poveda et al., 1960; Young, 1976).

Die *Oberflächendichte* Σ läßt sich nach Gleichung (2.5) durch:

$$\Sigma(r) \sim A \cdot I(r) \quad (3.11)$$

bestimmen, wobei $I(r)$ aus Gleichung (3.1) folgt.

Ist ρ gegeben, so folgt die *Potentialverteilung* $\Phi(r)$ aus der *Poissongleichung*. Im sphärisch symmetrischen Fall gilt (BT87, 32)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 4\pi G \rho. \quad (3.12)$$

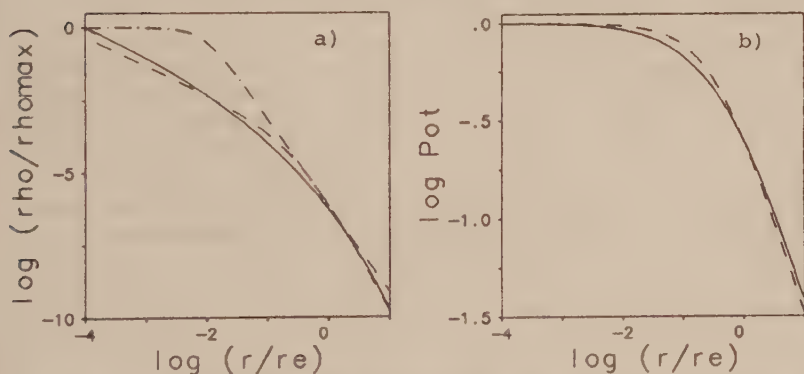


Abb. 3.1a,b: Die numerisch deprojizierte Dichteverteilung (Abb. 3.1a) und Potentialverteilung (Abb. 3.1b) des $r^{1/4}$ -Gesetzes. Die gestrichelten Linien zeigen die Näherungslösung (Gl. 3.14 und Gl. 3.17). Strichpunktiert ist in Abb. 3.1a das modifizierte Hubbleprofil eingetragen.

Die Abbildungen 3.1a und 3.1b zeigen die mit Gleichung (3.10) numerisch deprojizierte und normierte Dichte- und Potentialverteilung des $r^{1/4}$ -Gesetzes im Bereich $-4 \leq \log(r/r_e) \leq 1$.

Das Potential läßt sich über den gesamten Bereich näherungsweise durch:

$$\Phi_{1/4}(r) = -\frac{128}{3} \pi G r_e^2 \frac{\rho_e}{1 + 3r/r_e} \quad (3.13)$$

beschreiben, wobei ρ_e die Dichte bei $r = r_e$ ist.

Die Dichteverteilung $\rho_{1/4}$ zu $\Phi_{1/4}$ folgt dann nach Gleichung (3.12),

$$\rho_{1/4}(r) = \frac{64 \rho_e}{\left(\frac{r}{r_e}\right) \left(1 + 3\frac{r}{r_e}\right)^3}. \quad (3.14)$$

Die Abbildungen 3.1a und 3.1b zeigen $\Phi_{1/4}$ und $\rho_{1/4}$ als gestrichelte Linien. Die Übereinstimmung mit der exakten, theoretischen, durchgezogenen Kurve ist im gesamten Bereich wesentlich besser als das häufig näherungsweise verwendete modifizierte Hubblegesetz (Rood et al., 1972, BT87, 39).

In Abb. 3.2 ist der Dichtegradient $n_\rho = d \log \rho / d \log r$ aufgetragen. In dem Bereich $r \approx r_e$ gilt: $n_\rho \approx -3$, was in Übereinstimmung mit dem Hubblegesetz ist. Für $r > 2r_e$ fällt das de Vaucouleurs'sche Dichteprofil jedoch wesentlich steiler ab, als das Hubblegesetz, welches für $r > r_e$ einen konstanten Dichtegradienten $n_\rho \approx -3$ zeigt.

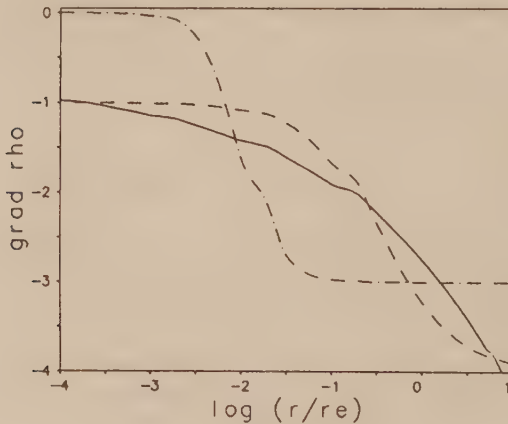


Abb. 3.2: Der Dichtegradient des de Vaucouleurs - Gesetzes als Funktion von r/r_e . Der Dichtegradient der Näherung (3.14) ist gestrichelt, das Hubblegesetz ist strichpunktiert eingezeichnet.

Mit Gleichung (3.14) können wir noch die *Gesamtmasse* M und damit die *potentielle Energie* E_{pot} eines dem $r^{1/4}$ -Gesetz folgenden Sternsystems berechnen (BT87, 68),

$$M = 4 \pi \int_0^{\infty} \rho_{1/4} r^2 dr = \frac{128}{9} \pi \rho_e r_e^3, \quad (3.15)$$

$$E_{\text{pot}} = 2 \pi \int_0^{\infty} \rho_{1/4} \cdot \Phi_{1/4} r^2 dr = -0.5 \frac{GM^2}{r_e}. \quad (3.16)$$

Das *Potential* (Gl. 3.13) läßt sich mit (3.15) schließlich schreiben als

$$\Phi_{1/4}(r) = -\frac{3GM}{r_e} \cdot \frac{1}{1 + 3r/r_e}. \quad (3.17)$$

3.3.2 Kinematische Eigenschaften von Sternsystemen, die durch das $r^{1/4}$ -Gesetz beschrieben werden können.

Sternsysteme mit einer Dichteverteilung $\rho_{1/4}$ (Gl. 3.14) haben einige wichtige charakteristische kinematische Eigenschaften, die auch die späteren numerischen Rechnungen zeigen werden. Betrachten wir dazu ein Gleichgewichtssystem, das allgemein durch die *Jeansgleichung* (Binney, 1982)

$$\frac{\partial}{\partial r} (\rho \sigma_r^2) + \frac{2\rho}{r} \sigma_r^2 \beta_A + \frac{Gm(r)}{r^2} \rho = 0 \quad (3.18a)$$

$$\beta_A = 1 - \sigma_\theta^2 / \sigma_r^2 \quad (3.18b)$$

beschrieben werden kann. σ_r und σ_θ bedeuten die radiale und tangentielle *Geschwindigkeitsdispersion* der Sterne (siehe Gl. 3.37 a,b). $\beta_A(r)$ ist die *Anisotropie* und $m(r)$ ist die Gesamtmasse innerhalb des Radius r .

Wir setzen nun $\rho_{1/4}$ aus Gleichung (3.14) in Gleichung (3.18a) ein und erhalten

$$\frac{\partial \ln \sigma_r^2}{\partial \ln s} - \frac{1 + 12s}{1 + 3s} + 2\beta_A + \frac{9GM}{(1 + 3s)^2 \sigma_r^2} s = 0, \quad (3.19)$$

mit $s = r/r_e$.

Nun zeigen die Beobachtungen (§ 3.1), daß die projizierte Geschwindigkeitsdispersion von elliptischen Galaxien im Kerngebiet annähernd konstant bleibt und außen monoton abfällt. Es wird daher in der Regel angenommen (Binney, 1982), daß auch die deprojizierte Geschwindigkeitsdispersion σ_r monoton mit s abfallen sollte: $\partial \ln \sigma_r^2 / \partial \ln s \leq 0$. Ein solches Verhalten wird auch in den meisten numerischen Rechnungen beobachtet (Gott, 1973; van Albada, 1982). Da σ_r zudem auch im Zentrum einen endlichen, positiven Wert hat folgt aus Gleichung (3.19) in guter Näherung

$$\beta_A(s) = 0.5 \left(1 - \frac{\partial \ln \sigma_r^2}{\partial \ln s} \right) \quad \text{für } s \ll 1, \quad (3.20)$$

beziehungsweise

$$\beta_A(s) = 2 - 0.5 \frac{\partial \ln \sigma_r^2}{\partial \ln s} - \frac{0.5 GM}{\sigma_r^2 s} \quad \text{für } s \gg 1. \quad (3.21)$$

Nach Gleichung (3.20) sollten elliptische Galaxien mit $\partial \ln \sigma_r^2 / \partial \ln s \leq 0$ auch in den inneren Bereichen ($s < 1$) stark *anisotrop* sein ($\beta_A \geq 0.5$). Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit Rechnungen von Tonry (1983). Damit β_A auch bei $s \gg 1$ zwischen null und eins liegt (siehe die Kollapsrechnungen in § 3.4) muß die Geschwindigkeitsdispersion σ_r^2 außerdem nach Gleichung (3.21) in den äußeren Bereichen mit $\sigma_r^2 \sim s^{-1}$ abfallen, das heißt es gilt dort in guter Näherung

$$\sigma_r^2 \approx \frac{0.5}{2.5 - \beta_A} \frac{GM}{s}. \quad (3.22)$$

3.3.3 Sternbahnen in einem $r^{1/4}$ -Potential

Betrachten wir nun die Bahn eines Teststerns der Masse $m_* = 1$ im Potential $\Phi_{1/4}$. Der Stern habe einen *Bahndrehimpuls* L und eine Energie E . Das Potential $\Phi_{1/4}$ sei im Zentrum auf eins normiert

$$\Phi_{1/4}(r=0) = -1. \quad (3.23)$$

Gebundene Sterne haben dann eine Energie $-1 \leq E \leq 0$.

Sind E und L gegeben, so ist die Bewegung des Teilchens auf einen Bereich $r_p \leq r \leq r_a$ begrenzt. Die *Umkehrpunkte* $r_{p,a}$ sind die Wurzeln der Gleichung (BT87, 106)

$$L^2 = 2 r_{p,a}^2 (E - \Phi_{1/4}). \quad (3.24)$$

Für $L = 0$ folgt aus Gleichung (3.24) mit $\phi_{1/4}$ aus Gleichung (3.17)

$$\begin{aligned} r_{p,0} &= r_p(E, L=0) = 0, \\ r_{a,0} &= r_a(E, L=0) = -\frac{1+E}{3E} r_e. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Die Umkehrpunkte der Teilchenbahnen mit $L \neq 0$ liegen zwischen $r_{p,0}$ und $r_{a,0}$ und fallen schließlich für *Kreisbahnen* zusammen.

Es gilt dann

$$r_c(E) = -\frac{1 + 4E + \sqrt{1-8E}}{12E} r_e \quad (3.26a)$$

$$v_c(E) = \left(-2E \frac{3 - \sqrt{1-8E}}{1 + \sqrt{1-8E}} \right)^{0.5} \left(\frac{3GM}{r_e} \right)^{0.5} \quad (3.26b)$$

wobei r_c der *Radius* und v_c die *Rotationsgeschwindigkeit* des Sterns auf der Kreisbahn ist.

Abb. 3.3 zeigt den *Potentialtopf* $r_{a,0}(E)$ und die Radien für Kreisbahnen $r_c(E)$ des de Vaucouleurs-Gesetzes. Sterne mit gegebener Bindungsenergie E können sich nur innerhalb von $r_{a,0}$ aufhalten. Sie erreichen also nur dann Abstände $r > r_e$, wenn ihre Bindungsenergie $E > -0.25$ ist.

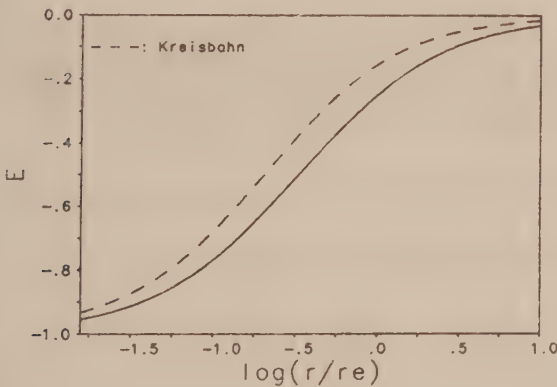


Abb. 3.3: Der Potentialtopf (durchgezogen) und die Radien für Kreisbahnen (gestrichelt) von gEs.

Die theoretische Rotationskurve $v_c(E)$ von elliptischen Galaxien (Gl. 3.27, siehe Abb. 3.4) hat bei $E = -0.4$, das heißt nach Abb. 3.3 bei $r_c = 0.3 r_e$ ein Maximum mit

$$v_{c,max} = 0.5 \left(\frac{3 G M}{r_e} \right)^{0.5} \quad (3.27)$$

und fällt für $E > -0.1$ ($r_c \geq 1.6 r_e$) nach Art des Keplerschen Gesetzes mit $v_c \sim |E|^{0.5} \sim r^{-0.5}$ ab. In diesem Bereich bewegen sich die Sterne also auf *Keplerbahnen*.

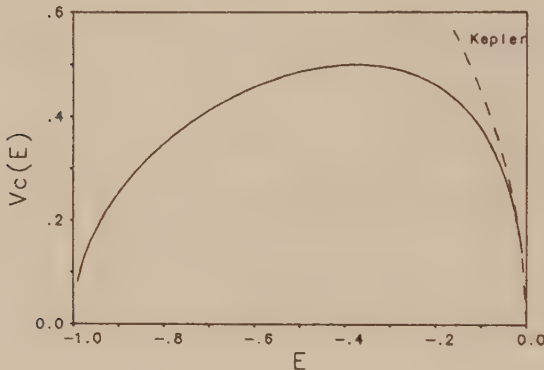


Abb. 3.4: Die theoretische Rotationskurve von elliptischen Galaxien. Die gestrichelte Linie zeigt die Keplerrotation.

Teilchen mit einem *normierten Drehimpuls* $l = L / (3 G M r_e)^{0.5}$ können dem Zentrum nicht beliebig nahe kommen. Der kleinst mögliche Radius $r_{p,min}$ wird im Grenzfall $E \rightarrow 0$ erreicht. Nach Gleichung (3.24) und (3.17) gilt dann:

$$r_{p,min}(l) = 0.5 l \left(1.5 l + \sqrt{2 + 1.25 l^2} \right) r_e . \quad (3.28)$$

Abb. 3.5 zeigt schraffiert den energetisch erlaubten Bereich ($r > r_{p,min}(l)$), in dem sich Sterne befinden können.

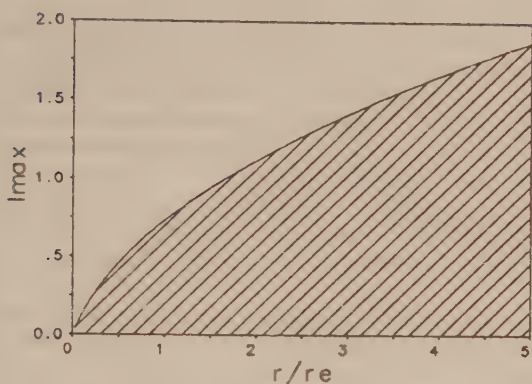


Abb. 3.5: Die obere Begrenzungslinie des schraffierten Bereichs zeigt den maximalen, normierten Drehimpuls $l_{\max}$, den Sterne in gEs besitzen dürfen, um dem Zentrum bis auf einen Abstand r/r_e nahe zu kommen.

In § 3.4 benötigen wir schließlich noch die radiale Umlaufperiode $T(E, L)$ der Sterne (BT87.106)

$$T(E, L) = 2 \int_{r_p(E, L)}^{r_a(E, L)} \frac{dr}{\sqrt{2(E - \Phi_{1/4}) - L^2/r^2}} \quad (3.29)$$

Gleichung (3.29) wurde numerisch integriert. Es zeigt sich, daß T kaum von L abhängt. Sterne mit gleicher Bindungsenergie E , aber verschiedenem Drehimpuls L haben in einem $r^{1/4}$ -Potential also nahezu dieselbe Umlaufperiode

$$T(E, L) \approx T(E, L=0) \quad (3.30)$$

mit einem relativen Fehler: $\max(|T(E, L) - T(E, L=0)| / T(E, L=0)) \leq 0.01$.

$T(E, L=0)$ ergibt sich durch Integration von Gleichung (3.29) zu

$$T(E, L=0) = \frac{\sqrt{2}}{3} \left\{ -\frac{\sqrt{1+E}}{E} - \frac{1}{E\sqrt{-E}} \arctan \left[\left(\frac{1+E}{E} \right)^{0.5} \right] \right\} \left(\frac{r_e^3}{3GM} \right)^{0.5} \quad (3.31)$$

Abb. 3.6 zeigt $T(E, L=0)$ nach Gleichung (3.31).

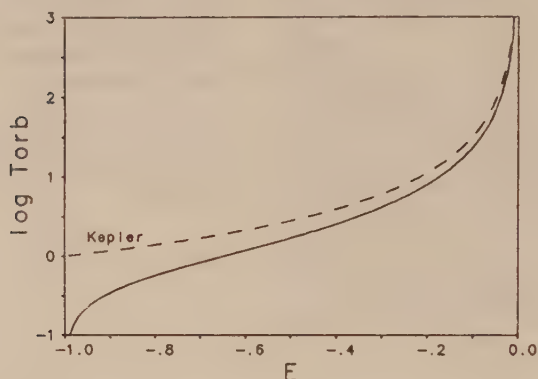


Abb. 3.6: Die normierte Umlaufperiode $T(E, L=0)$ von Sternen mit einer Bindungsenergie E . Gestrichelt ist die Keplerperiode eingezeichnet.

Da sich Sterne mit Bindungsenergien $E \geq -0.5$, das heißt nach Abb. 3.3 mit Radien $\log(r_a/r_e) \geq 0.4$, auf Keplerbahnen bewegen, kann ihre Umlaufperiode in diesem Energiebereich gut durch

$$T(E, L) \sim E^{-3/2} \quad \text{für } E \geq -0.5 \quad (3.32)$$

beschrieben werden.

3.4 Detaillierte N-Körperrechnungen zur dynamischen Entwicklung von Sternsystemen

Obwohl Stöße in der Sternkomponente von massereichen elliptischen Galaxien und Zwerggalaxien vernachlässigt werden können (siehe § 3.2) sind diese Systeme heute im Virialgleichgewicht und zeigen eine für den jeweiligen Galaxientyp charakteristische *Dichteverteilung* (siehe § 3.1). Es stellt sich nun die Frage, welche besonderen Bedingungen während der protogalaktischen Entwicklung zu diesem Gleichgewichtszustand führen konnten.

In diesem Kapitel soll untersucht werden, welche Rolle die Stelldynamik und speziell die "*violent relaxation*" (Lynden-Bell, 1967) bei der Entwicklung von Galaxien gespielt hat. So lieferten die frühen numerischen N-Körperrechnungen von Gott (1973) mit einem Virialkoeffizienten $\eta_{vir} \geq 0.5$ keine mit den Beobachtungen übereinstimmenden Dichteprofile. 1982 zeigte van Albada, daß stellardynamische

Kollapsrechnungen mit anfangs sehr kleinem η_{vir} und "klumpigen", inhomogenen Anfangsbedingungen zu einem universellen Dichteprofil führen, das in den äußeren Bereichen gut durch ein de Vaucouleurs Gesetz beschrieben werden kann. In den inneren Bereichen entwickelte sich jedoch ein dichter Kern mit einem großen Dichtegradienten, der nicht beobachtet wird. Van Albada fand außerdem, daß in diesen heftig kollabierenden Systemen bis zu 30% der Sterne entweichen können. Aufgrund dieser dreidimensionalen Rechnungen schlossen May und Van Albada (1984), daß das $r^{1/4}$ -Gesetz eine Folge von einer inhomogenen Anfangsbedingung ist. Stöße zwischen den einzelnen Klumpen sollten zu einer Umverteilung des Drehimpulses und zur Virialisierung führen. In diesem Fall wäre die heutige Struktur von Galaxien eine Folge der *stoßdominierten Relaxation*.

Nun wurde bereits in § 3.2 abgeschätzt, daß Stöße in astrophysikalischen Systemen in der Regel keine Rolle spielen können. Selbst wenn wir eine typische Protogalaxie mit $M \approx 10^{11} M_{\odot}$ in nur 10^4 *Kugelsternhaufen* (Klumpen) der extrem großen Masse $M_K \approx 10^7 M_{\odot}$ zerlegen, ist die *Relaxationszeit* dieses Haufensystems nach Gleichung (3. 8)

$$\tau_{relax} \approx 100 t_0 \approx 10^{11} \text{ Jahre} \quad ,$$

also immer noch größer als das Weltalter.

Die Kühlungsinstabilität in einem primordialen Gas sollte nach Fall und Rees (1985) zu einer Proto - Kugelsternhaufen - Masse von $M \approx 10^6 M_{\odot}$ führen. In diesem Fall ist $\tau_{relax} \approx 870 t_0 \approx 8,7 \cdot 10^{11}$ Jahre.

Van Albadas Rechnungen sind auch insofern zweifelhaft, als sie mit nur 5000 Testteilchen in einem $24 \times 24 \times 12$ -Gitter durchgeführt wurden. Im Mittel befindet sich dann nur ein Teilchen in jeder Gitterzelle. Die Statistik ist also sehr schlecht und es kommt vor allem in den äußeren Gebieten zu großen numerisch verursachten Dichtefluktuationen. Damit ließe sich die von van Albada beobachtete Nicht-erhaltung des Drehimpulses von Teilchen mit kleiner Bindungsenergie erklären. Außerdem könnten die numerischen Dichteschwankungen ein Grund für die hohe Entweichrate von Sternen sein. Da van Albada außerdem nur 24 radiale Gitterzellen verwendete, war auch die gerade für einen Kollaps mit kleinem η_{vir} wichtige radiale Auflösung nicht groß. Der in seinen Modellen auftretende, dichte Kern könnte dann ein numerischer Effekt sein.

Wir wollen daher neue, detailliertere numerische Rechnungen zum Kollaps von Sternsystemen durchführen. Im Gegensatz zu van Albada aber in Übereinstimmung mit § 2.2 beschränken wir uns hier auf sphärisch symmetrische Modelle. Die Galaxie wird durch $2 \cdot 10^4$ bis 10^5 Testteilchen in einem logarithmischen Gitter mit 200

beziehungsweise 500 radialen Stützstellen beschrieben, das heißt im Mittel mit 100 bis 500 Teilchen pro Gitterzelle. Die radiale Auflösung und die Statistik sind also wesentlich besser als bei van Albada. Mit diesen Rechnungen soll untersucht werden, inwieweit van Albadas Ergebnisse numerischer Natur sind, unter welchen Bedingungen sich *Dichteprofile*, ähnlich den beobachteten Helligkeitsverteilungen von massereichen Elliptischen und Zwerggalaxien ergeben, und ob die Modelle auch die beobachteten *kinematischen Eigenschaften* (Geschwindigkeitsdispersion; Anisotropie, siehe § 3.1 und § 3.3) beschreiben können.

3.4.1 Einige wichtige Gleichungen der Stelldynamik

In diesem Abschnitt werden nun die für die numerische Rechnung wichtigsten Gleichungen der Stelldynamik bereitgestellt.

Ein Sternsystem kann durch seine *Verteilungsfunktion* $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ beschrieben werden. $f d\mathbf{x} d\mathbf{v}$ ist die Zahl der Teilchen, die sich zur Zeit t am *Phasenraumort* $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ im Phasenraumvolumen $d\mathbf{x} d\mathbf{v}$ befinden. Im sphärisch symmetrischen Fall hängt f nur vom *radialen Abstand* r , der *radialen Geschwindigkeit* v_r und dem *Betrag des Drehimpulses* L der Sterne ab

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f(r, v_r, L, t) . \quad (3.33)$$

Ist f gegeben, so läßt sich jede *makroskopische Größe* $\langle Q \rangle$, wie zum Beispiel die *Massendichte* ρ oder die *mittlere Strömungsgeschwindigkeit* $u = \langle v_r \rangle$ berechnen durch

$$\langle Q \rangle(r, t) = \frac{m}{\rho} \int f \cdot Q d^3v \quad (3.34)$$

$$\rho(r, t) = m n(r, t) = m \int f d^3v , \quad (3.35)$$

wobei m die im folgenden als konstant angenommene *Teilchenmasse* und n die *Teilchendichte* ist.

In § 3.5 wird gezeigt, daß die Dynamik von Sternsystemen nicht von der Teilchenmasse m abhängt. Im Gegensatz zu einem idealen, stoßdominierten Gas, wo es zu einer Gleichverteilung der *Energie pro Teilchen* kommt, führt die *unvollständige Relaxation* zu einer Gleichverteilung der *Energie pro Gramm* und damit zu keiner Massentrennung.

Zur Analyse der numerischen Rechnungen werden speziell die folgenden *Mittelwerte* benötigt:

mittlere Strömungsgeschwindigkeit

$$u(r, t) = \frac{m}{\rho} \int f v_r d^3v \quad (3.36)$$

Geschwindigkeitsdispersion

$$\sigma_r^2(r, t) = \langle (v_r - u)^2 \rangle = \langle v_r^2 \rangle - u^2 \quad (3.37a)$$

$$\sigma_\vartheta^2(r, t) = \sigma_\varphi^2(r, t) = 0.5 \langle \frac{L^2}{r^2} \rangle \quad (3.37b)$$

gesamte Dispersionsenergie

$$E_{rand}(t) = \int \rho (\sigma_r^2 + \sigma_\vartheta^2 + \sigma_\varphi^2) d^3r \quad (3.38)$$

gesamte Strömungsenergie

$$E_{coll}(t) = \int \rho u^2 d^3r \quad (3.39)$$

gesamte kinetische Energie

$$E_{kin} = E_{rand} + E_{coll} \quad (3.40)$$

Die *gesamte potentielle Energie* E_{pot} kann durch Gleichung (3.16) berechnet werden.

Im stoßfreien Fall wird die zeitliche Entwicklung von f durch die *stoßfreie Boltzmann-Gleichung* (*Vlasov-Gleichung*) beschrieben (siehe zum Beispiel: Reif, 1965), die sich in sphärischen Koordinaten folgendermaßen schreiben läßt (BT87, 279):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{L^2}{r^3} - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} = 0 \quad (3.41)$$

Das *Potential* Φ ist durch die *Poisson-Gleichung* (3.12) gegeben.

Nach einem elementaren Satz der Theorie partieller Differentialgleichungen ist die Lösung von Gleichung (3.41) identisch mit der Lösung des gewöhnlichen Differentialgleichungssystems

$$\frac{dr}{dt} = v_r \quad (3.42a)$$

$$\frac{d v_r}{d t} = \frac{L^2}{r^3} - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad (3.42b)$$

$$\frac{d L}{d t} = 0 \quad (3.42c)$$

Entlang der *Charakteristiken* $\mu(t) = (r(t), v_r(t), L)$ ist f also konstant.

Falls $f(r, v_r, L, t=0)$ bekannt ist, so läßt sich mit dem Differentialgleichungssystem (3.42) die Bahn jedes Phasenraumpunktes mit Phasenraumdichte f verfolgen und so $f(r, v_r, L, t)$ für beliebige Zeiten $t > 0$ berechnen.

3.4.2 Die Integration der stoßfreien Boltzmannngleichung

3.4.2.1 Die numerische Beschreibung der Verteilungsfunktion

Wir beschreiben die Verteilungsfunktion f durch N *Testteilchen* im Phasenraum (r, v_r, L) . Die *Teilchendichte* in einem Phasenraumvolumen $(dr dv_r dL)$ bei (r, v_r, L) zur Zeit t sei ein Maß für die Größe von $f(r, v_r, L, t) dr dv_r dL$. *Makroskopische Größen* $\langle Q \rangle(r, t)$ in der zu r gehörenden *räumlichen* Gitterzelle k erhält man durch Mittelung über alle sich in Zelle k befindenden Testteilchen. So wird zum Beispiel die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in der Gitterzelle k durch

$$u_k = \left(\sum_{i \in I_k} m_i \cdot (v_r)_i \right) / \sum_{i \in I_k} m_i \quad (3.43)$$

ermittelt, wobei I_k die Menge der Teilchen in Gitterzelle k bezeichnet.

Sind die Bewegungsgleichungen (3.42a - c) der Testteilchen und ihre Anfangsverteilung gegeben, so läßt sich die Teilchendichte und damit f und $\langle Q \rangle$ zu jedem späteren Zeitpunkt berechnen. Man beachte, daß jedes sphärisch symmetrische, stoßfreie Sternsystem *exakt* durch das Gleichungssystem (3.42) beschrieben wird. Obwohl die Sterne in Wirklichkeit auf dreidimensionalen Bahnen laufen, genügen drei Parameter r, v_r, L , um sie im Phasenraum darzustellen.

3.4.2.2 Das räumliche Gitter

Zur Berechnung der *Gravitationskraft* $F = -\partial \Phi / \partial r$, der Dichteverteilung $\rho(r)$, sowie anderer interessanter *makroskopischer Größen* wird der *Ortsraum* mit einem Gitter aus NK Gitterzellen überdeckt. Die Gitterzellen haben im sphärisch symmetrischen Fall die Form von Kugelschalen, wobei Zelle k durch die Bedin-

gung $r_k \leq r \leq r_{k+1}$ definiert ist.

Um eine bessere Auflösung in den inneren Bereichen zu erhalten wählen wir ein logarithmisches Gitter. Die *Stützstellen* r_k werden durch den folgenden Algorithmus berechnet:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0 \\ r_k &= r_{k-1} + \gamma \exp(\lambda_{grid} (k-1)) \\ \gamma &= R_{max} / \sum_{k=1}^{NK} \exp(\lambda_{grid} \cdot k) \end{aligned} \quad (3.44)$$

$R_{max} = R_{NK+1}$ ist der äußere Modellrand. Der *Gitterparameter* λ_{grid} bestimmt die zentrale Konzentration des Gitters.

3.4.2.3 Berechnung der räumlichen Dichteverteilung und der Gravitationskraft

Die räumliche Dichteverteilung wird aus der Verteilung der Testteilchen im Gitter (Gl. 3.44) mit der *cloud - in - cell Methode* (CIC) ermittelt. Eine ausführliche Beschreibung dieses Verfahrens zweiter Ordnung, sowie seiner Genauigkeit im Vergleich zu anderen Methoden (NGP oder TSC) findet sich bei Hockney und Eastwood (1981) und bei Zeilinger (1988). Ist ρ gegeben, so kann nun durch numerische Integration der Poissongleichung (siehe z.B. Richstone und Tremaine, 1984) das Potential Φ und daraus wiederum nach der *CIC-Methode* die Gravitationskraft F auf jedes Testteilchen bestimmt werden (Zeilinger, 1988).

3.4.2.4 Die numerische Integration der Bewegungsgleichungen

Bei der numerischen Integration der Bewegungsgleichungen (3.42) sollte nach (3.42c) der *Drehimpuls* L und bei konstantem Φ auch die *Energie* $E = 0.5 v_r^2 + \Phi$ eine *Erhaltungsgröße* sein.

Um die *Energieerhaltung* zu gewährleisten, benutzt man häufig ein Integrationschema höherer Ordnung, wie zum Beispiel die *predictor - corrector - Methode* (Aarseth, 1973; Zeilinger, 1988), die einen variablen Zeitschritt erlaubt und von zweiter Ordnung in Δt ist,

$$\begin{aligned} r^P &= r^n + \Delta t \cdot v_r^n, \\ v_r^{n+1} &= v_r^n + 0.5 \Delta t \left(F(r^n) + F(r^P) \right), \\ r^{n+1} &= r^n + 0.5 \Delta t \left(v_r^n + v_r^{n+1} \right), \end{aligned} \quad (3.45)$$

wobei die mit n indizierten Größen den Ort und die Geschwindigkeit zur Zeit t^n bezeichnen, r^P ein erster Näherungswert für r^{n+1} ist und $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ den Zeitschritt darstellt.

Die Kraft F ist gegeben durch

$$F(r^n) = \frac{L^2}{(r^n)^3} - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=r^n} \quad (3.46)$$

Wie bei Burkert (1989) gezeigt wird, führt das Schema (3.45) bei Systemen mit starker zentraler Verdichtung zu großen numerischen Fehlern in der Energieerhaltung, wenn sich die Teststerne in der Nähe ihres Perizentrums befinden. Da wir hier detailliert die Energieänderung der Sterne durch "violent relaxation" studieren wollen, müssen die numerischen Fehler in der Energieerhaltung klein bleiben. Es wird daher ein Integrationsverfahren *dritter Ordnung* mit einem speziellen, variablen *Zeitschritt* verwendet. Dieser neue Algorithmus sowie Testrechnungen finden sich bei Burkert (1989).

3.4.2.5 Anfangsbedingungen

Wir wollen hier den Kollaps eines anfangs isotropen, isothermen Sternsystems mit Anfangsdichteverteilung

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(\frac{r_0}{r} \right)^{n\rho} & \text{für } r \leq R_{\text{sys}} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.47)$$

studieren, wobei R_{sys} den Anfangsradius des Systems darstellt, der nicht mit R_{max} übereinstimmen muß.

Eine isotrope Anfangsbedingung ist auch physikalisch sinnvoll, da die Sterne aus stoßdominierten Gaswolken entstehen, deren Geschwindigkeitsdispersion in guter Näherung als isotrop angenommen werden kann. Die neu entstandenen Sterne sollten dann aus Gründen der Impulserhaltung dieselbe Kinematik zeigen wie die Wolken. In Übereinstimmung mit Gott (1973, 1975) und van Albada (1982) wählen wir eine *Anfangsgeschwindigkeitsverteilung*, die durch eine *Maxwell-verteilung* gegeben ist,

$$f(r, \mathbf{v}, t=0) = \frac{\rho}{(2\pi\sigma^2)^{1.5}} \exp\left(-0.5 \frac{\mathbf{v}^2}{\sigma^2}\right) \quad (3.48)$$

Durch Gl. 3.48 ist auch die *Anfangsdrehimpulsverteilung* festgelegt.

Es wird außerdem angenommen, daß alle Teststerne dieselbe *Masse* $m = M/N$ haben mögen, wobei M die Gesamtmasse des Systems ist.

Wie ein Sternsystem mit der oben angegebenen Geschwindigkeits- und Dichteverteilung numerisch erzeugt wird, ist bei Zeilinger (1988) beschrieben.

Sind die Anfangsgeschwindigkeitsverteilung (3.48) und die Dichteverteilung (3.47) gegeben, so hängt der Anfangszustand nur noch von den folgenden *freien Parametern* ab:

Radius der Sternsystems	:	R_{sys}
freie Fallzeit des Systems	:	τ_{ff}
Virialkoeffizient	:	η_{vir}
Dichtegradient	:	n_ρ

Aus der *freien Fallzeit* τ_{ff} (Gl. 3.4b) läßt sich die mittlere Dichte des Systems und mit R_{sys} und n_ρ auch seine *Gesamtmasse* bestimmen. Mit (3.47) kann dann die *Dichteverteilung* $\rho(r)$ berechnet werden. Aus dem *Virialkoeffizienten* η_{vir} folgt schließlich nach Gl. (2.17b) und Gleichung (3.64) die Geschwindigkeitsdispersion σ . Damit sind alle freien Parameter bestimmt.

3.4.2.6 Einheiten

Wir untersuchen die Entwicklung eines N -Teilchensystems mit einer *Gesamtmasse* von $10^6 m_u$ und einen Radius von $47 r_u$, wobei m_u eine frei wählbare Masseneinheit und r_u die gewählte Radieneinheit ist. Die Gravitationskonstante wurde in den Rechnungen $G = 4.49 \cdot 10^{-3}$ gesetzt.

Der äußere Rand des Gitters ($NK = 200$, $\lambda_{grid} = 0.01$) wurde $R_{max} = 100 r_u$ gesetzt. Der Anfangsradius R_{sys} des Teilchensystems sollte kleiner als R_{max} sein und wurde zu $R_{sys} = r_{140} = 47 r_u$ gewählt. Damit befinden sich noch 60 Gitterzellen außerhalb von R_{sys} , die im Laufe der Entwicklung mit Sternen kleiner Bindungsenergie und hoher Bahnexzentrizität besetzt werden.

Der Wert $G = 4.49 \cdot 10^{-3}$ stellt die Gravitationskonstante in den Einheiten $[pc^3 M_\odot^{-1} Myr^{-2}]$ dar.

Sind m_u und r_u gegeben, so ist durch G die Zeiteinheit t_u festgelegt

$$t_u = 10^6 \left(\frac{r_u}{pc} \right)^{1.5} \left(\frac{m_u}{M_\odot} \right)^{-0.5} \text{ Jahre} \quad (3.49)$$

Beziehen sich die folgenden Rechnungen zum Beispiel auf die Entwicklung eines typischen Kugelsternhaufens mit Gesamtmasse $10^6 M_\odot$ und Radius $47 pc$, so gilt: $m_U = 1 M_\odot$, $r_U = 1 pc$, $t_U = 10^6$ Jahre. Beschreiben die Rechnungen andererseits die Entwicklung einer elliptische Galaxie mit Masse $10^{12} M_\odot$ ($m_U = 10^6 M_\odot$) und äußeren Rand $47 kpc$ ($r_U = 1 kpc$), so entspricht t_U der Zeiteinheit $t_U = 10^{7.5}$ Jahre.

3.4.3 Die Modelle

Es wird die Entwicklung von vier verschiedenen Sternsystemen NB1 bis NB4 untersucht. Alle Systeme haben denselben Anfangsradius $R_{sys} = 47 r_U$, dieselbe Gesamtmasse $10^6 m_U$ und damit dieselbe freie Fallzeit $\tau_{ff} = 5.27 t_U$. Sie unterscheiden sich in ihrem Virialkoeffizienten η_{vir} , beziehungsweise in ihrem Kollapsfaktor $\eta_{coll} = 1 - \eta_{vir}$ und in ihrem Anfangsdichtegradienten n_ρ . Tabelle 3.3 gibt eine kurze Übersicht über die wichtigsten Modellparameter:

Tabelle 3.3 Modellparameter der N - Körperrechnungen

Modell	η_{vir}	n_ρ	τ_{ff}
NB1	0.92	0	5.27
NB2	0.1	0	5.27
NB3	0.274	1	5.27
NB4	0.2	2	5.27

Da der Gleichgewichtszustand räumlich ausgedehnter ist als der Anfangszustand, wurde der *äußere Rand* des Gitters zu $R_{max} = 100 r_U$ gewählt. Der *Gitterparameter* λ_{grid} war in allen Rechnungen $\lambda_{grid} = 0.01$. Damit ist der *Gitterabstand* in einem Gitter mit $NK = 200$ Stützstellen im Zentrum um einen Faktor 50 kleiner als im äußeren Bereich. Die zentrale Auflösung ist also gut.

Die Zahl der Testteilchen betrug in allen Rechnungen $N = 20000$. Testläufe mit 10^5 Teilchen und 500 Gitterzellen lieferten dieselben Ergebnisse wie mit 20000 Teilchen. Andererseits führten Rechnungen mit nur 5000 Teilchen und 100 Gitterzellen zu einer großen Verlustrate an Sternen, was auf den Einfluß von numerischen Dichtefluktuationen zurückzuführen ist. Mit 5000 Teilchen läßt sich die Entwicklung stark kollabierender Sternsysteme also nicht mehr gut beschreiben.

3.4.3.1 Die Entwicklung eines anfangs bereits virialisierten Sternsystems

Die Abbildung 3.7 zeigt die zeitliche Entwicklung des *Virialkoeffizienten* η_{vir} (Gl. 2.17b), der *potentiellen Energie* E_{pot} (Gl. 3.16) und der gesamten *kinetischen Dispersionsenergie* E_{rand} (Gl. 3.38) von Modell NB1, einem Modell, welches sich anfangs bereits nahezu im Virialgleichgewicht befand.

Nach Abb. 3.7 bleibt das Sternsystem NB1 während der gesamten Entwicklung nahezu im Virialgleichgewicht. Es kommt zu keinen großräumigen Kollaps - oder Expansionsbewegungen ($E_{\text{coll}} \approx 0$). Die potentielle und die kinetische Energie, die hier mit der Dispersionsenergie identisch ist, bleiben nahezu konstant.

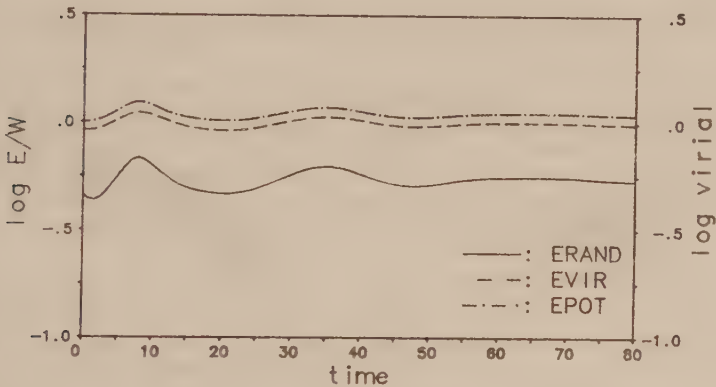
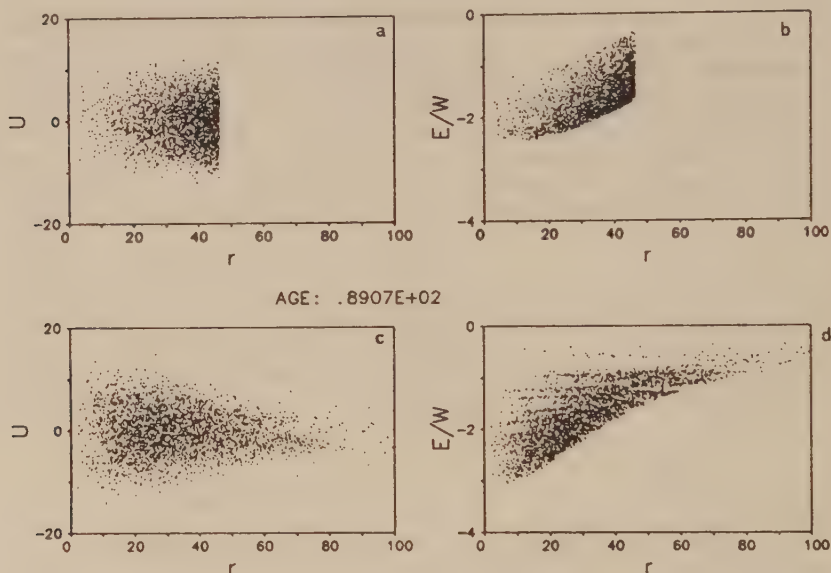


Abb. 3.7: Die zeitliche Entwicklung des Virialkoeffizienten E_{vir} (gestrichelt), des Absolutbetrages der potentiellen Energie E_{pot} (strichpunktiert) und der Dispersionsenergie E_{rand} (durchgezogen) von Modell NB1. W bezeichnet die gesamte potentielle Energie des Anfangszustandes.

Der Anfangs- und Endzustand von Modell NB1 ist in Abbildung (3.8) und Abbildung (3.10) dargestellt. Die Abbildungen (3.8a) und (3.8c) zeigen die Sternverteilung und damit die Verteilungsfunktion f im Phasenraum (r, v_r) . Man erkennt deutlich den Effekt der *Phasenmischung*, das heißt die Teilchen besetzen am Ende der Entwicklung den gesamten nach den Erhaltungssätzen erlaubten Bereich des Phasenraums. Die Phasenmischung ist auch gut in Abb. 3.8d zu sehen, die die normierte Energie E/W der Sterne als Funktion ihres Radius zeigt. Der äußere Rand r_{max} (E/W) ist durch die Bedingung $\Phi(r_{\text{max}}) = E$ festgelegt und zeigt daher direkt den *Potentialtopf* $\Phi(r)$. Im Gleichgewicht

füllen die Sterne den gesamten Potentialtopf aus, wobei die Sterndichte zum Zentrum hin abnimmt, da hier die Aufenthaltswahrscheinlichkeit aufgrund der höheren Bahngeschwindigkeiten und des kleineren Volumens geringer ist.

Wir können in Abb. 3.8d außerdem eine *Feinstruktur* in der Sternverteilung erkennen, die in Abbildung 3.9 vergrößert dargestellt ist.



AGE: .8907E+02

Abb. 3.8a - d: Die Entwicklung von Modell NBI im Phasenraum (siehe Text). W bezeichnet die mittlere potentielle Energie pro Stern des Anfangszustandes. Abb. 3.8a,b zeigt den Anfangszustand, Abb. 3.8c,d zeigt den Endzustand nach $t = 89 t_H$. u bezeichnet hier die radiale Geschwindigkeitskomponente.

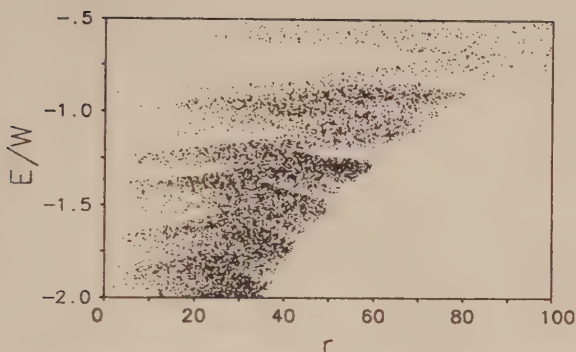


Abb. 3.9: Vergrößerte Darstellung der Sternverteilung von Modell NBI im Potentialtopf zur Zeit $89 t_U$.

Diese Struktur zeigt, daß die Phasenmischung selbst nach $t \approx 89 t_U \approx 16 t_{ff}$ noch nicht vollständig abgeschlossen ist, obwohl die Dichteverteilung und die Geschwindigkeitsdispersions-Verteilung bereits nach $t \approx 8 t_U \approx 1.5 t_{ff}$ ihren Gleichgewichtszustand erreicht hat und sich dann nicht mehr ändert. Man beachte, daß die Feinstruktur (Abb. 3.9) nur bei einer hinreichend großen Auflösung von 20000 Teststernen so lange sichtbar bleibt.

Die Abbildungen 3.10a,b zeigen den Gleichgewichtszustand des Systems beim Abbruch der Rechnung nach $89 t_U$. Nach Abb. 3.10b ist das Modell auch im Endzustand noch nahezu isotrop. Es ist daher nicht zur Beschreibung von elliptischen Galaxien geeignet, die nach § 3.3.2 selbst im Zentralbereich eine große Anisotropie aufweisen sollten. Weitere Testläufe von anfangs nahezu virialisierten Sternsystemen zeigten außerdem, daß die Dichte- und Geschwindigkeitsdispersionsverteilung im Gleichgewicht stark von den gewählten Anfangsbedingungen abhängen und nicht das universelle de Vaucouleurs Gesetz erklären können. Insbesondere ergibt sich, daß ein anfangs *exponentielles Dichteprofil* während der Entwicklung erhalten bleibt. Wir können also die beobachtete, exponentielle Dichteverteilung von Zwerggalaxien verstehen, wenn diese Sternsysteme aus einer nahezu virialisierten Gaskomponente entstanden, deren Dichte bereits einem Exponentialgesetz genügt.

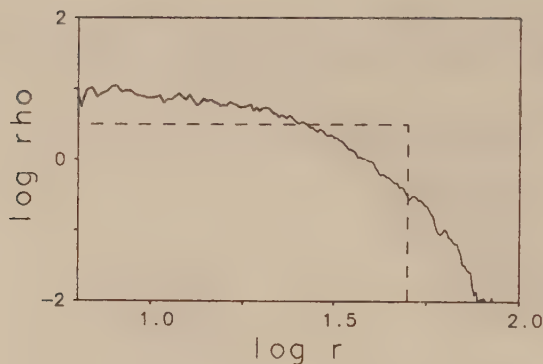


Abb. 3.10a: Die Dichteverteilung von Modell NB1 nach $89 t_U$. Gestrichelt ist die Anfangsdichteverteilung eingezeichnet.

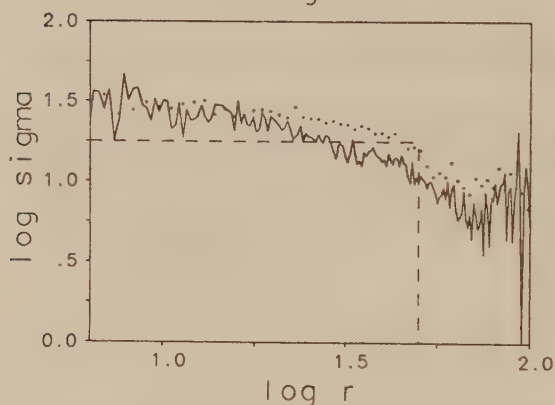


Abb. 3.10b: Die radiale Geschwindigkeitsdispersion (durchgezogen) und die tangentielle Geschwindigkeitsdispersion (gepunktet) von Modell NB1 nach $89 t_U$. Der Anfangszustand ist gestrichelt eingezeichnet.

Abb. 3.11a zeigt schließlich noch, daß sich die Energieverteilung $N(E)$, die die Zahl der Sterne mit Gesamtenergie zwischen $E, E + dE$ beschreibt, während der gesamten Entwicklung kaum verändert hat. $N(E)$ ist hier also eine *Erhaltungsgröße*.

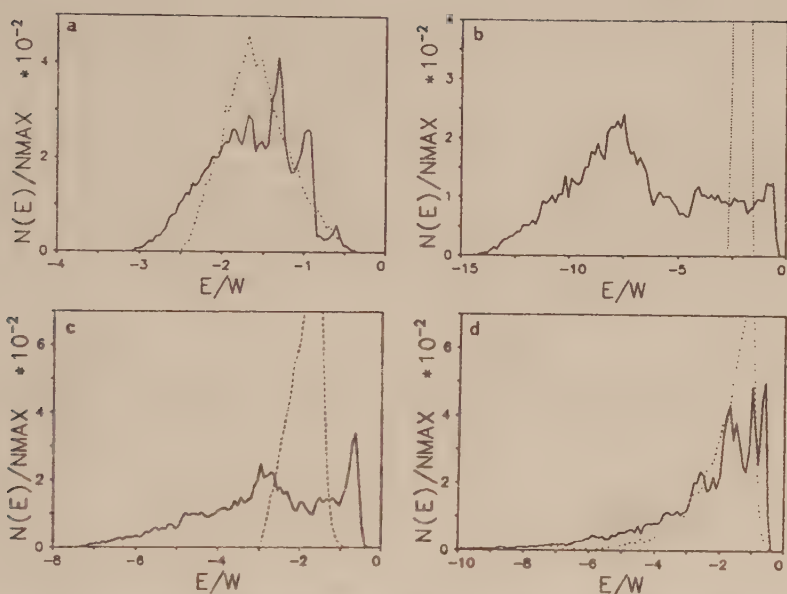


Abb. 3.11a-d: Die normierte Energieverteilung von Modell NB1 (Abb. 3.11a), Modell NB2 (Abb. 3.11b), Modell NB3 (Abb. 3.11c) und Modell NB4 (Abb. 3.11d) im Gleichgewicht. Gepunktet ist die Anfangsverteilung dargestellt.

3.4.3.2 Die dynamische Entwicklung eines Sternsystems konstanter Anfangsdichte und mit einem großen Kollapsfaktor

In Modell NB2, einem Modell mit einem anfangs kleinen Virialkoeffizienten, reicht die kinetische Energie der Sterne nicht mehr aus, um die Gravitationsanziehung zu kompensieren. Es kommt hier zu einem heftigen Kollaps, das heißt, alle Sterne fallen mit negativen Geschwindigkeiten ins Zentrum (siehe Abb. 3.13c). Man kann diese *geordnete Kollapsphase* gut im Energiediagramm Abb. 3.12 erkennen. Die kinetische Strömungsenergie (gepunktete Linie) der Sterne wächst an, während sich die kinetische Energiedispersion (durchgezogene Linie) vorerst wenig ändert.

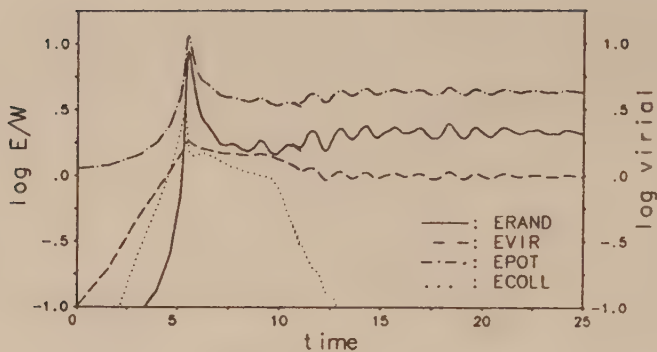


Abb. 3.12: Die energetische Entwicklung von Modell NB2 (siehe Text). Die Zeit ist in t_H angegeben.

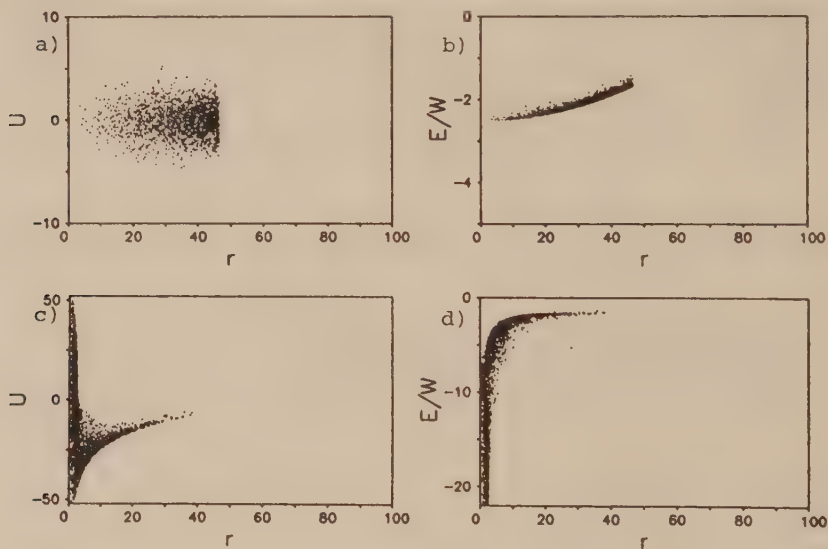


Abb. 3.13: Die Entwicklung von Modell NB2 im Phasenraum. Die Abb. 3.13a,b zeigen den Anfangszustand. Der Zustand zur Zeit $5.5 t_H$ ist in den Abbildungen 3.13c,d zu sehen.

Aufgrund der *zentralen Kompression* des Systems ändert sich nun das Potential und der Potentialtopf wird tiefer. Dies führt auch zu einer Energieänderung der

Sterne, das heißt, sie fallen in den Potentialtopf, laufen durch das Zentrum, wandern wieder nach außen und werden am äußeren Rand des Potentialtopfes erneut reflektiert. Diese Entwicklung kann in der Abbildung 3.13d und noch besser in Abb. 3.18 d,f von Modell NB3 verfolgt werden.

Nach einer freien Fallzeit haben die meisten Sterne das Zentrum durchquert und das System expandiert wieder. Die Zentraldichte nimmt ab und der Potentialtopf hebt sich. In dieser Phase gewinnen einige Sterne soviel Energie, daß sie auf Bahnen mit positiver Gesamtenergie gehoben werden (Abb. 3.14b,d). Ihre Geschwindigkeit ist größer als die Entweichgeschwindigkeit und sie werden aus dem System geworfen (siehe die nach außen laufende "Zunge" in Abbildung 3.14c).

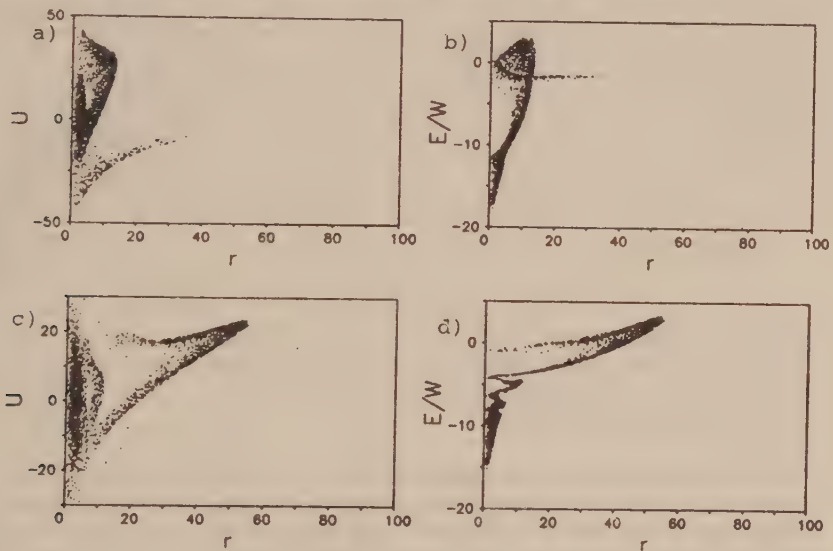


Abb. 3.14 a–d: Der Entwicklungszustand von Modell NB2 zur Zeit $t = 5.9 t_U$ (Abb. 3.14a,b) und $t = 7.6 t_U$ für Abb. 3.14 c,d.

Die gebundenen Sterne sind nun größtenteils außer Phase, das heißt es gibt sowohl nach außen laufende, als auch ins Zentrum fallende Sterne. Die *gesamte kinetische Energiedispersion* E_{rand} steigt nun schnell an und erreicht bald ihren Gleichgewichtswert, während E_{coll} abfällt (Abb. 3.12). Nach $2.5 \tau_{ff}$ hat sich schließlich ein Gleichgewicht eingestellt, mit $E_{coll} \approx 0$ und $\eta_{vir} \approx 1$.

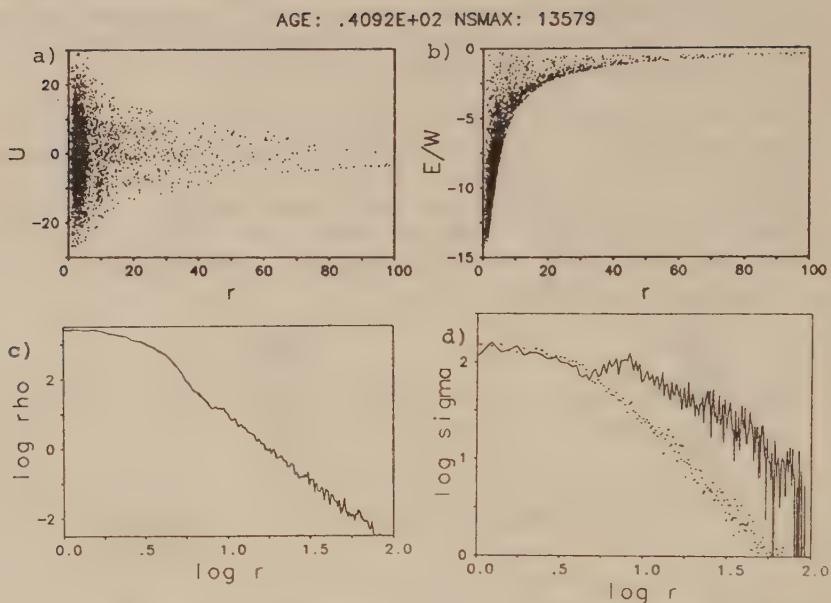


Abb. 3.15: Der Gleichgewichtszustand von Modell NB2 nach $41 t_U$. Die radiale Geschwindigkeitsdispersion ist in Abb. 3.15d durchgezogen, die tangentielle Geschwindigkeitsdispersion ist gepunktet dargestellt. NSMAX bezeichnet die Gesamtzahl der noch gebundenen Sterne. Dieses Modell wurde mit 20000 Sternen gestartet.

Abb. 3.15 zeigt den Gleichgewichtszustand nach $8 \tau_{ff}$. Die Sterne mit positiver Energie (30 % der Gesamtmasse) haben das System verlassen, das Potential, die Dichte- und die Geschwindigkeitsverteilung ist stationär. Wie in Modell NB1 ist auch hier der Potentialtopf und der energetisch erlaubte Phasenraumbereich gleichmäßig mit Sternen besetzt (Abb. 3.15a und 3.15b). Wir können in Abb. 3.15a,b außerdem deutlich eine *Zweikomponentenstruktur* erkennen mit einem dicht besetzten *Kern* mit Radius $7 r_U$ und relativer Energie $E/W \leq -7$ und einem diffusen *Halo* aus Sternen mit Bindungsenergie $E/W > -7$. Diese Kern-Halostruktur zeigt sich auch in der Dichte- und Geschwindigkeitsdispersionsverteilung (Abb. 3.15 c,d). Der Kern ist *isotrop* ($\sigma_r^2 = \sigma_\theta^2$), im Halo laufen die Sterne auf nahezu *radialen Bahnen* ($\sigma_r^2 \gg \sigma_\theta^2$).

Daß der Kern auch energetisch von dem diffusen Halo getrennt ist, sieht man an

der Energieverteilung $N(E/W)$ der Sterne, die in Abb. 3.11 b gezeigt ist. Während sich $N(E/W)$ bei dem schon am Anfang virialisierten Modell NB1 kaum geändert hatte, läßt sich bei Modell NB2 deutlich die gravitativ stark gebundene *Kernkomponente* mit $E/W \approx -7$ erkennen, sowie ein *zweites Maximum* bei $E/W \approx -2.5$ für die Halosterne. Dieses Resultat wurde auch von Gott (1973), Van Albada (1982) und Zeilinger (1988) gefunden und wurde bisher theoretisch nicht verstanden (siehe § 3.4.5).

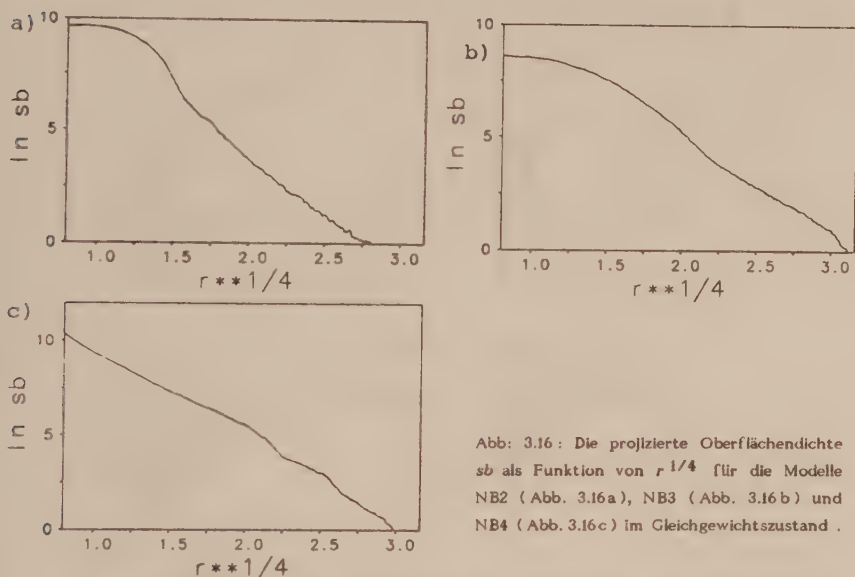


Abb. 3.16: Die projizierte Oberflächendichte sb als Funktion von $r^{1/4}$ für die Modelle NB2 (Abb. 3.16a), NB3 (Abb. 3.16b) und NB4 (Abb. 3.16c) im Gleichgewichtszustand.

In Abb. 3.16a ist der natürliche Logarithmus der projizierten Oberflächendichteverteilung $\ln sb(r)$ von Modell NB2 gegen $r^{1/4}$ aufgetragen. Der Halobereich kann gut durch ein de Vaucouleurs-Gesetz beschrieben werden. Im Kernbereich wird der Dichtegradient jedoch zu steil. Außerdem ist hier die Sternkomponente isotrop, während wir nach den Überlegungen von § 3.3.2 auch in Zentralgebiet von elliptischen Galaxien eine anisotrope Geschwindigkeitsdispersion erwarten. Auch dieses Modell ist daher zur Beschreibung von gE-Galaxien nicht besonders geeignet.

3.4.3.3 Die Entwicklung von Sternsystemen mit hohem Kollapsfaktor und einem Anfangsdichtegradienten $n_p \neq 0$

Die Abbildungen (3.17a) und (3.17b) zeigen die zeitliche Entwicklung des Virialkoeffizienten EVIR, der potentiellen Energie EPOT, der Dispersionsenergie ERAND und der Strömungsenergie ECOLL der Modelle NB3 und NB4. In Abb. 3.17b

wurde außerdem gepunktet die Gesamtenergie E_{tot} eingetragen, die konstant sein sollte, da in diesem Modell keine Sterne entweichen. Wie man sieht, erhält das verwendete numerische Verfahren sehr gut die Gesamtenergie erhält.

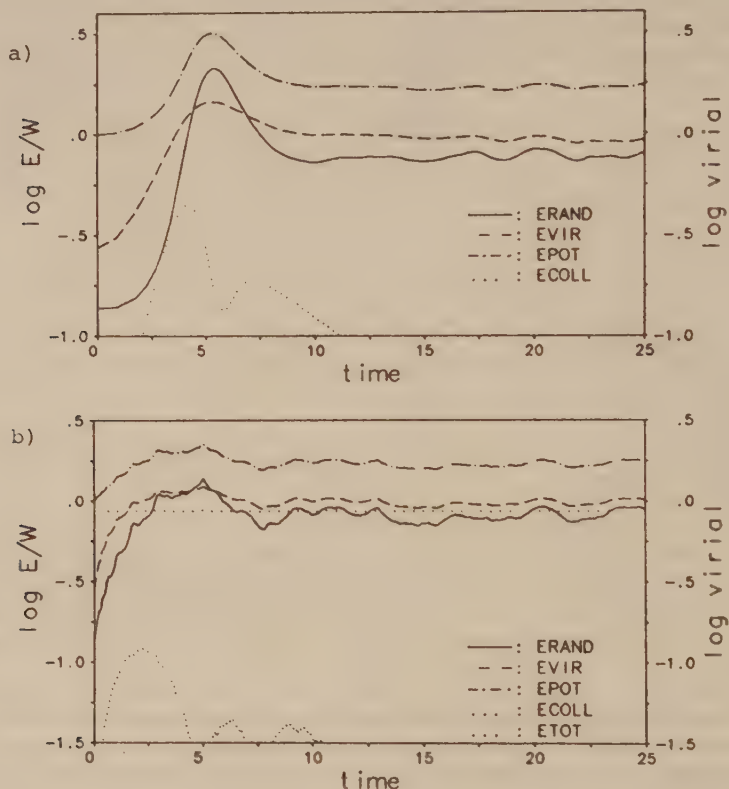


Abb. 3.17a,b: Die energetische Entwicklung der Modelle NB3 (Abb. 3.17a) und NB4 (Abb. 3.17b). Die obere gepunktete Linie in Abb. 3.17b zeigt die Gesamtenergie als Funktion der Zeit.

Die Abbildungen 3.17a,b zeigen, daß auch diese beiden Systeme nach $2\tau_{ff}$ ins Virialgleichgewicht kommen. Ihre gesamte dynamische Entwicklung ist derjenigen von Modell NB2 sehr ähnlich (Abb. 3.18 und Abb. 3.19). In Abb. 3.18 d,f,h ist wieder deutlich die "Reflexion" der Sterne im Zentrum und am äußeren Rand des Potentialtopfes zu erkennen, die zu dem "zickzack"-förmigen Muster führt. Diese Struktur ist auch bei den Modellen NB1 und NB2 sichtbar und spielt bei der sogenannten Phasenmischung (siehe § 3.5.1) eine bedeutende Rolle.

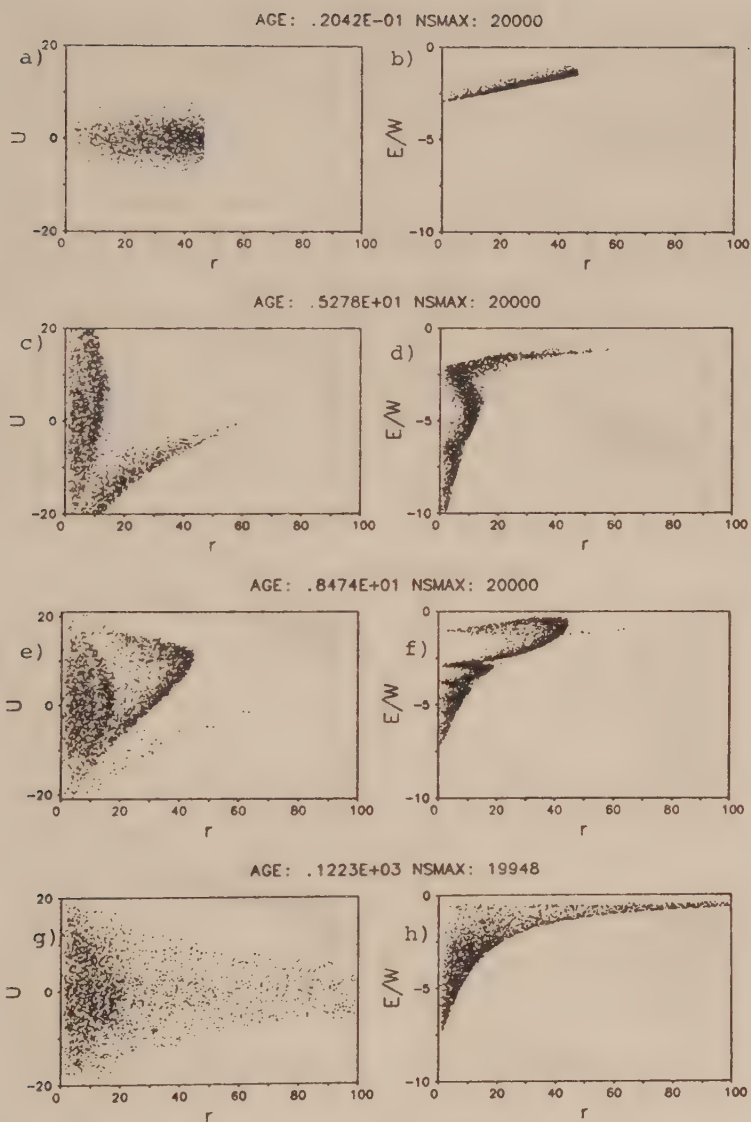


Abb. 3.18 a - h: Die Entwicklung von Modell NB3. Die Zeit ist in Einheiten von t_u gegeben.

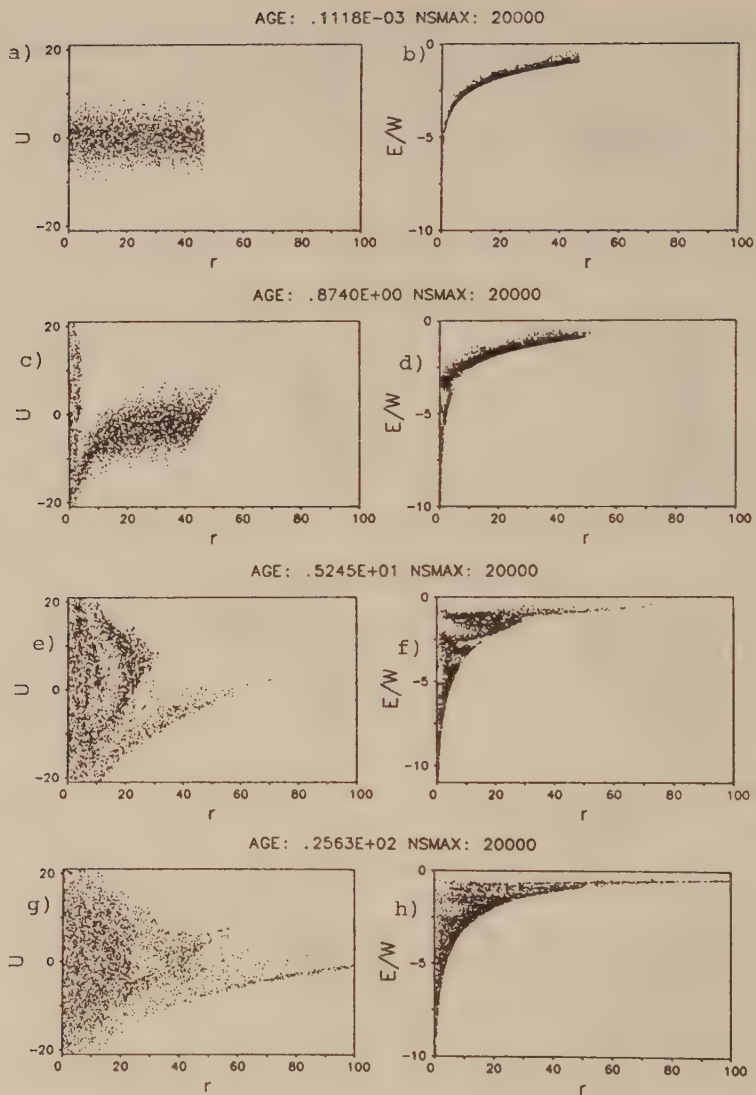


Abb. 3.19 a - h: Die Entwicklung von Modell NB4.

Es zeigt sich, daß die Zahl der entweichenden Sterne stark von n_ρ abhängt. Während in NB2 30% der Gesamtmasse verloren geht, entweichen in Modell NB3 nur noch 0.3% der Sterne. In Modell NB4 bleiben alle Sterne gebunden. Dieser Effekt konnte von van Albada nicht untersucht werden, da bei ihm Fehler durch numerische Dichtefluktuationen auftraten, die das Resultat stark verfälscht haben.

Wie man in den *Gleichgewichtsmodellen* von NB3 und NB4 (Abb. 3.20) sieht, hängt außerdem der *isotrope Kernbereich* bei gegebenem η_{vir} stark von n_ρ ab. Bei NB3 ($n_\rho = -1$) ist noch ein isotroper Kern vorhanden und es zeigt sich auch wieder in $N(E/W)$ die durch ein Minimum getrennte *Zweikomponentenstruktur* der Sternverteilung (Abb. 3.11c). In Modell NB4 ist hingegen kein Kern mehr zu erkennen. Die *Oberflächendichteverteilung* läßt sich hier über den gesamten Bereich durch ein *de Vaucouleurs - Gesetz* beschreiben (Abb. 3.16c) und die *Sternkomponente* ist bis ins Zentralgebiet stark anisotrop (Abb. 3.20 d). Die *Geschwindigkeitsdispersion* kann außerdem in den äußeren Bereichen gut durch $\sigma^2 \sim r^{-1}$ approximieren, was in Übereinstimmung mit den Abschätzungen (Gl. 3.22) von § 3.3.2 ist. Dieses Modell stimmt sowohl kinematisch als auch in seiner Dichteverteilung gut mit den beobachteten Eigenschaften von elliptischen Galaxien überein.

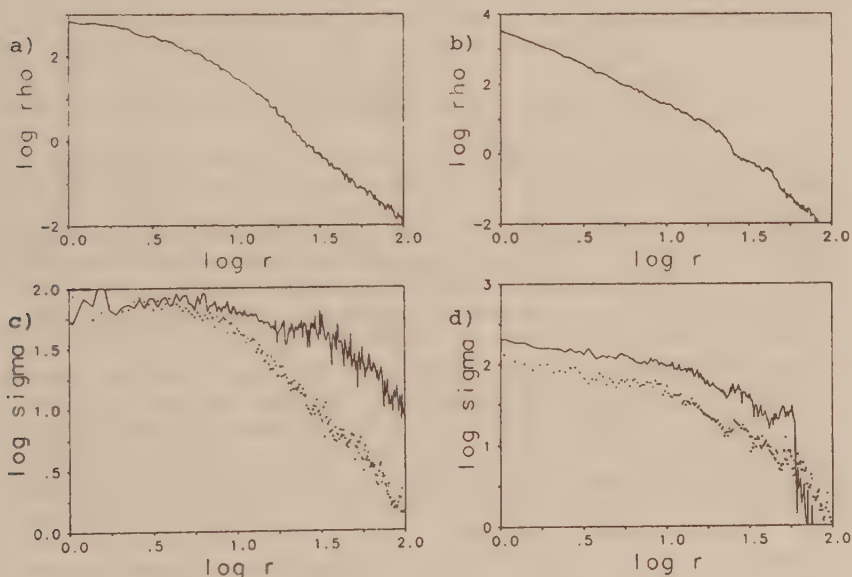


Abb. 3.20a-d: Der Gleichgewichtszustand von Modell NB3 (Abb. 3.20a,c) und Modell NB4 (Abb. 3.20b,d).

In Abbildung 3.21 ist $\log (N(E/W))$ für Modell NB4 aufgetragen. Die Zweikomponentenstruktur tritt nun nicht mehr auf und die *Energieverteilung* folgt einem *Exponentialgesetz*. Dieses Resultat ist in Übereinstimmung mit den Berechnungen von Binney (1982), der eine exponentielle Energieverteilung in elliptischen Galaxien, die durch ein de Vaucouleurs - Gesetz beschrieben werden, vorhersagt. Man beachte, daß sich das Exponentialgesetz erst im Laufe des Kollapses durch Umverteilung der spezifischen Energie einstellt und nicht durch die Anfangsbedingungen vorgegeben ist.

Die Fluktuationen von $\log N(E)$ bei $E/W \geq -2$ sind zu groß, um statistisch erklärt werden zu können. Die Entstehung dieser Feinstruktur ist nicht geklärt und wird noch untersucht.

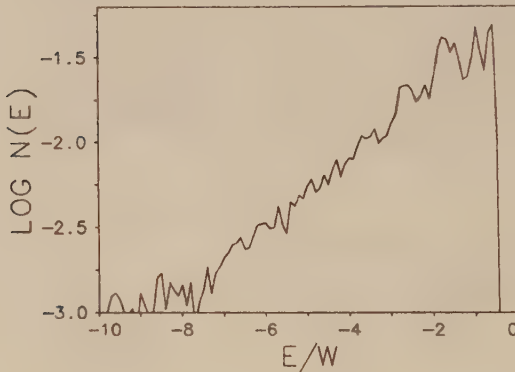


Abb. 3.21: Die Energieverteilung der Sterne von Modell NB4 im Gleichgewichtszustand.

Modell NB4 und weitere Kollapsrechnungen mit unterschiedlichem n_0 und η_{vir} demonstrieren, daß wir im Prinzip die heutige Struktur von elliptischen Galaxien allein durch die Stelldynamik verstehen können, wenn wir geeignete Anfangsbedingungen wählen. Generell zeigen alle Modelle ein $r^{1/4}$ - Gesetz und einen anisotropen Kern, ähnlich der Struktur von Modell NB4, wenn ihre Phasenraumdichte anfangs bereits groß ist. Eine große Phasenraumdichte kann bei gegebener Gesamtmasse entweder durch eine hohe Anfangsdichte, durch einen großen Dichtegradienten, oder durch einen anfangs sehr kleinen Virialkoeffizienten erreicht werden. In diesem Fall bildet sich kein isotroper Kern, die Verlustrate an Sternen ist äußerst gering und das Gleichgewichtsmodell stimmt gut mit den Beobachtungen von E-Galaxien überein. Dieses Resultat ist im Widerspruch zu van Albada (1982) und May und van Albada (1984), die annehmen, daß das $r^{1/4}$ - Gesetz durch Stöße und die dadurch verursachte Umverteilung des spezifischen Drehimpulses entsteht (siehe die Diskussion in der Einleitung zu § 3.4). In unseren Modellen ist hingegen der Drehimpuls exakt erhalten. Allerdings konnten die Autoren auch nicht die hier diskutierten Modelle mit hohen Dichtegradienten und kleinem η_{vir} rech-

nen, da die radiale Auflösung viel zu gering war.

3.5 Unvollständige Relaxation. Ein analytisches Modell zur Beschreibung der Entwicklung von elliptischen Galaxien.

In diesem Kapitel soll nun gezeigt werden, daß man die numerischen Ergebnisse von § 3.4 auch analytisch verstehen kann. Speziell wird untersucht, wann und warum sich ein *isotroper Kern* bildet, wie sich die Struktur und Kinematik des *Kerns* und der *diffusen Hülle* erklären läßt, und wie die Zahl der ungebundenen, das System verlassenden Sterne von den Anfangsbedingungen und der Kernbildung abhängt. Weiterhin wollen wir verstehen, wieso die differentielle Energieverteilung $N(E)$ bei Systemen mit isotropem Kern zwei Maxima zeigt, und warum sich bei Systemen mit hohem Kollapsfaktor und hoher zentraler Anfangsdichte ein Exponentialgesetz in $N(E)$ einstellt. Schließlich wird untersucht, warum in nahezu allen Fällen der diffuse Halo gut durch ein de Vaucouleurs - Gesetz beschrieben werden kann, unabhängig von den gewählten Anfangsbedingungen.

Elliptische Galaxien sind kernlose Systeme. Falls stellardynamische Prozesse zu ihrer heute beobachteten Struktur geführt haben, können wir die Anfangsbedingungen angeben, mit denen diese Sternsysteme entstanden sind.

3.5.1 Phasenmischung und die Entwicklung zum Gleichgewicht

Die numerischen Rechnungen in § 3.4 hatten gezeigt, daß N - Teilchensysteme auf Zeitskalen ins Gleichgewicht kommen, die kurz sind gegenüber ihrer Stoßzeitskala. Dieses Ergebnis ist nahezu unabhängig von der gewählten Anfangsbedingung, wie zum Beispiel von η_{vir} . Der Grund hierfür ist die sogenannte *Phasenmischung*, die in diesem Abschnitt genauer untersucht wird.

3.5.1.1 Ein Modell der Phasenmischung

Wir charakterisieren die Teilchen i des betrachteten Sternsystems durch ihren Winkel $\varphi_i(t)$ und ihre Winkelgeschwindigkeit $\omega_i(t) = d\varphi_i/dt$ im Phasenraum (φ, ω) . Als Beispiel untersuchen wir ein System aus Teilchen, die sich nur auf Kreisbahnen in einem stationären Potential bewegen mögen. Die Ergebnisse werden dann in § 3.5.1.6 auf allgemeinere Sternsysteme übertragen. Im Fall von reinen Kreisbahnen gilt

$$\begin{aligned}\omega_i(t) &= \omega_{i,0} = \text{konstant} , \\ \varphi_i(t) &= \varphi_{i,0} + \omega_{i,0} \cdot t ,\end{aligned}\tag{3.50}$$

mit dem Phasenwinkel $\varphi_{i,0}$ und der Winkelgeschwindigkeit $\omega_{i,0}$ von Stern i zur Zeit $t=0$.

Am Anfang möge das System so präpariert sein, daß sich alle Sterne nahezu in Phase befinden, das heißt nur einen kleinen Bereich

$$D_0 = \{ (\varphi, \omega): \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}; 0 \leq \varphi \leq \delta\varphi < 2\pi \} \quad (3.51)$$

des Phasenraums vollständig besetzen. Mit D_t bezeichnen wir im folgenden den besetzten Phasenraumbereich zur Zeit $t > 0$.

Wir nehmen weiterhin an, daß die Verteilungsfunktion $f(\varphi, \omega, t=0)$ in D_0 konstant ist

$$f(\varphi, \omega, t=0) = \begin{cases} \eta & \text{für } (\varphi, \omega) \in D_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.52a)$$

wobei

$$\eta = \frac{M}{\delta\varphi (\omega_{\max} - \omega_{\min})} \quad (3.52b)$$

durch die Gesamtmasse M des Systems bestimmt ist.

Die Verteilungsfunktion dieses Sternsystems kann wie bei den numerischen Rechnungen (§ 3.4.2) durch Testteilchen im Phasenraum (φ, ω) beschrieben werden, deren Bahnen nun durch die Bewegungsgleichungen (3.50) gegeben sind und die aufgrund der Bedingung (3.52) anfangs homogen im Phasenraumbereich D_0 verteilt sind.

Wir führen außerdem die *Phasenwinkeldichte*

$$\rho(\varphi) = \int f(\varphi, \omega) d\omega \quad (3.53)$$

ein, die die Gesamtzahl der Sterne mit Phasenwinkel φ angibt.

Die Abbildung 3.22 zeigt die zeitliche Entwicklung des so präparierten Systems.

3.5.1.2 Der Gleichgewichtszustand

Für $\tau \rightarrow \infty$ sind alle Sterne außer Phase und verteilen sich gleichmäßig im energie-

tisch erreichbaren Phasenraumbereich (Abb. 3.22 d). $\rho(\varphi)$ ist dann konstant:

$$\rho(\varphi, t=\infty) = \rho_{\infty}(\varphi) = \frac{M}{2\pi}. \quad (3.54)$$

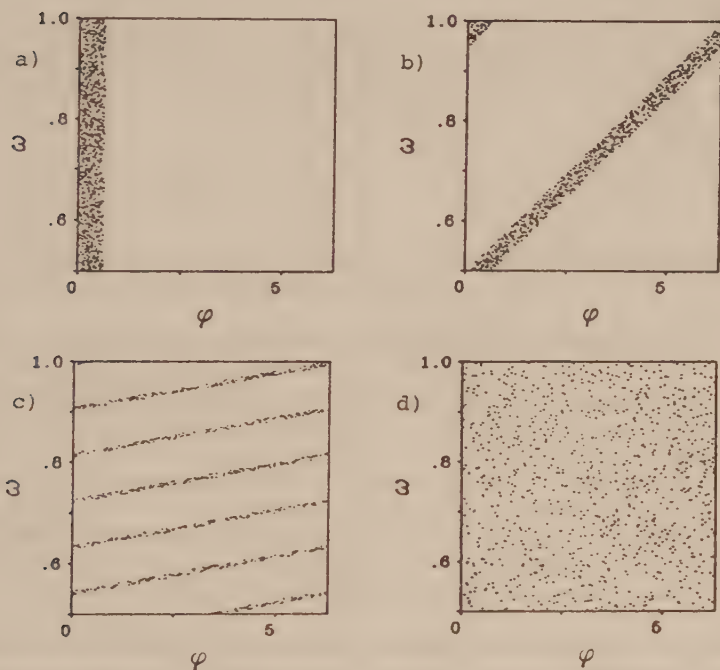


Abb. 3.22: Die Entwicklung eines stoßfreien Teilchensystems im Phasenraum (φ, ω) zur Zeit $t=0$ (Abb. 3.22 a), $t=\tau_{mix}$ (Abb. 3.22 b), $t=5.5 \tau_{mix}$ (Abb. 3.22 c) und $t=10^4 \tau_{mix}$ (Abb. 3.22 d).

3.5.1.3 Die Entwicklung zum Gleichgewicht

Die Abweichung vom Gleichgewicht ρ_{∞} kann durch die Funktion

$$\varepsilon_{\rho}(t) = \left\langle \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left| \frac{\rho(\varphi) - \rho_{\infty}(\varphi)}{\rho_{\infty}(\varphi)} \right| d\varphi \quad (3.55)$$

beschrieben werden.

ε_ρ ist ein Maß für die im System auftretenden Dichtefluktuationen.

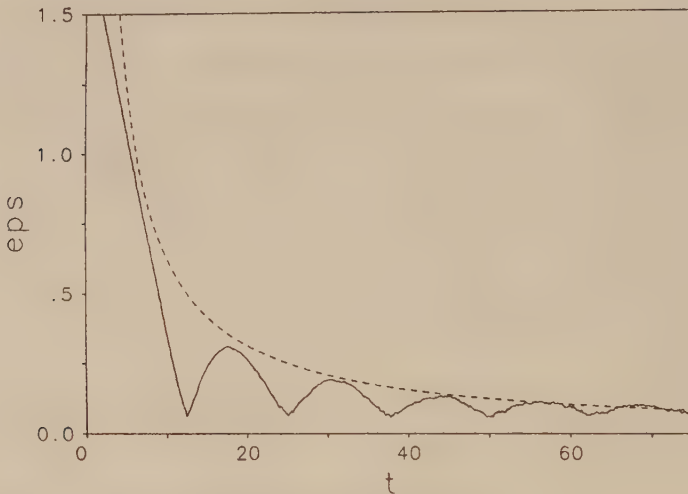


Abb. 3.23: Die zeitliche Variation der in Gleichung (3.55) definierten Abweichung vom Gleichgewicht ε_ρ für das hier diskutierte Modell zur Phasemischung (durchgezogene Linie). Die gestrichelte Linie zeigt die theoretisch erwartete Dichtefluktuations - Entwicklung nach Gleichung (3.59).

In Abb. 3.23 ist als durchgezogene Linie die numerisch ermittelte zeitliche Variation von ε_ρ dargestellt. Ein Vergleich mit Abb. 3.22 zeigt, daß die Dichtefluktuationen bereits nach $t \approx 68 \approx 5.5 \tau_{mix}$ vernachlässigbar klein sind ($\varepsilon_\rho < 0.1$), lange bevor der Phasenraum gleichmäßig belegt ist. Dies ist eine Folge der unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten $\omega_{i,j}$ zwischen zwei Testteilchen i, j . Ihre Phasendifferenz $\Delta \varphi_{i,j}$ vergrößert sich mit

$$\Delta \varphi_{i,j} = \varphi_i - \varphi_j \sim t (\omega_i - \omega_j). \quad (3.56)$$

Nach einer *Mischungszeitskala*

$$\tau_{mix}(\omega_{min}, \omega_{max}) = \frac{2\pi}{(\omega_{max} - \omega_{min})} \quad (3.57)$$

hat sich der besetzte Phasenraumbereich D_t zu einem Band gedehnt, das erstmals

vollständig den gesamten Winkelbereich von $\varphi=0$ bis $\varphi=2\pi$ überdeckt (Abb. 3.22b). Man beachte, daß f innerhalb von D_t aufgrund des *Liouvilleschen Theorems* konstant ist,

$$f((\varphi, \omega) \in D_t) = \eta . \quad (3.58)$$

Nach n Mischungszeitskalen wird der Phasenraum von n derartigen Bändern durchzogen, die alle nahezu dieselbe Dicke haben. Der Aufbau des $(n+1)$ -ten Bandes kann daher nur noch zu einer Dichtefluktuations $\Delta\rho/\rho \approx 1/(n+1)$ führen. Es gilt also

$$\varepsilon_\rho(t) = \langle \frac{\Delta\rho}{\rho_\infty} \rangle \approx \frac{\tau_{mix}}{t} . \quad (3.59)$$

In Abb. 3.23 ist die theoretisch erwartete Entwicklung der Dichtefluktuations nach Gleichung (3.59) gestrichelt eingezeichnet.

3.5.1.4 Die zeitliche Entwicklung der makroskopischen Verteilungsfunktion

Obwohl nach dem Liouvilleschen Theorem das insgesamt besetzte Phasenraumvolumen D_t konstant bleibt, zeigt D_t eine immer feinere, filamentartige Unterstruktur, die wir nur dann erkennen könnten, wenn wir Mikroskope mit immer höherer Auflösung benutzen würden. Ist die maximale Auflösung jedoch auf eine Makrozelle $\delta D = \delta\varphi \delta\omega$ begrenzt, so ändert sich die makroskopische, über δD gemittelte Verteilungsfunktion,

$$F(\varphi, \omega, t) = \frac{1}{\delta D} \int_{\delta D} f(\varphi, \omega, t) d\varphi d\omega , \quad (3.60)$$

nicht mehr, sobald die Feinstruktur kleiner wird als δD .

Da wir Sternsysteme nur mit einer endlichen Auflösung beobachten können und auch die numerischen Rechnungen auf einem Gitter endlicher Größe und mit einer endlichen Teilchenzahl durchgeführt werden, ist F die physikalisch sinnvolle Größe.

Betrachten wir nun eine Makrozelle unseres Modells, die anfangs in dem besetzten Gebiet D_0 liegen möge. Ihre Größe ist durch die Gitterauflösung $\delta\varphi$ und $\delta\omega$ gegeben, wobei gilt

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= \frac{2\pi}{NK} \\ \delta\omega &= \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{NK} \end{aligned} , \quad (3.61)$$

wenn wir den Phasenraum mit einem kartesischen $NK \times NK$ - Gitter durchziehen.

Abbildung 3.24a,b zeigt die zeitliche Variation der *makroskopischen Verteilungsfunktion* in der betrachteten Makrozelle bei einer Auflösung von $NK = 20$.

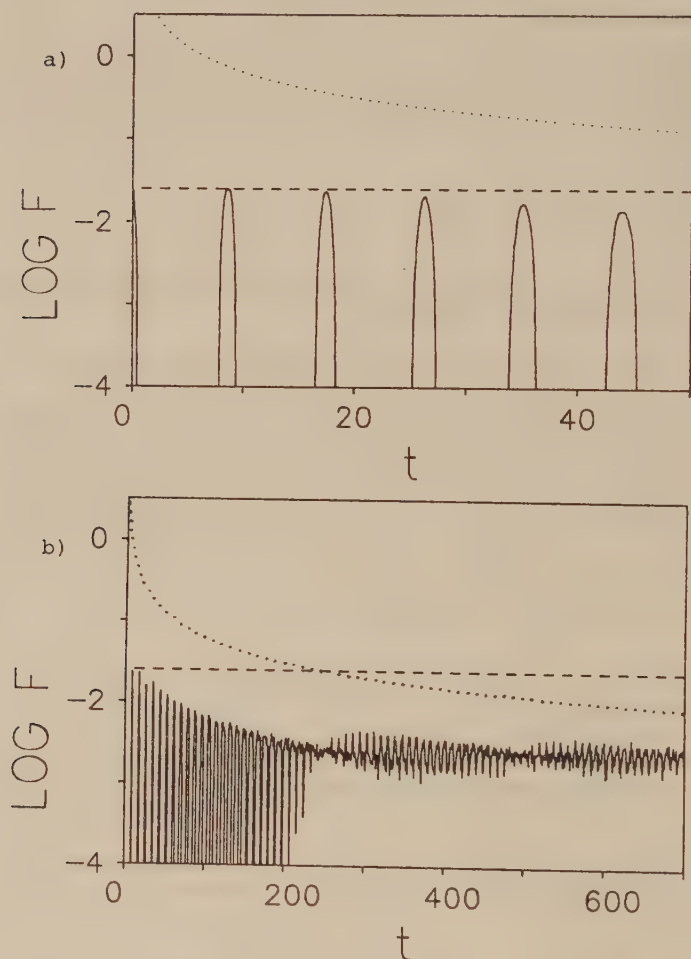


Abb. 3.24 a,b: Die zeitliche Entwicklung der Phasenraumdichte F in einer Makrozelle (siehe Text), während der ersten vier Mischungszeitskalen (Abb. 3.24a) und während der ersten 56 Mischungszeitskalen (Abb. 3.24b).

Die gestrichelte Linie repräsentiert die *mikroskopische Verteilungsfunktion* $f = \eta$, die nach Gleichung (3.58) zeitlich konstant ist und die obere Schranke für F darstellt. Punktirt ist noch die zeitliche Entwicklung der Dichtefluktuationen ε_ρ nach Gleichung (3.55) dargestellt.

Aufgrund der speziell gewählten Lage der Makrozelle gilt am Anfang: $F = \eta$. Während der ersten Mischungszeitskalen (Abb. 3.24a) kommt es zu starken *Fluktuationen* in F , da die vollständig besetzten Phasenraumgebiete noch größer als eine Makrozelle sind. Die Makrozelle ist also entweder annähernd ganz besetzt ($F = \eta$), oder sie ist unbesetzt ($F = 0$). Diese starken Schwankungen enden erst lange, nachdem die Dichteverteilung stationär geworden ist ($\varepsilon_\rho \approx 0.1$), sobald die mittlere Skalenlänge der vollständig besetzten Phasenraumbereiche kleiner als die Makrozelle geworden ist. F erreicht nun schnell seinen Gleichgewichtswert

$$F_\infty = \frac{M}{2\pi(\omega_{\max} - \omega_{\min})} \quad (3.62)$$

da eine weitere, feinere Aufteilung der besetzten Phasenraumgebiete die Teilchenzahl in der Makrozelle kaum ändert.

3.5.1.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Wir können die Ergebnisse dieses Abschnitts in den folgenden *Regeln* zusammenfassen:

- T1:** Die zeitliche Entwicklung stoßfreier Systeme wird durch die Mischungszeitskala τ_{mix} (Gl. 3.57) bestimmt.
- T2:** Für $t < \tau_{\text{mix}}$ hängt die Entwicklung stark von den Anfangsbedingungen ab.
- T3:** Für $t > \tau_{\text{mix}}$ gilt: $\langle \Delta\rho/\rho \rangle \leq \tau_{\text{mix}}/t$.
- T4:** Sternsysteme befinden sich nach wenigen Mischungszeitskalen in einem dynamischen Gleichgewicht, lange bevor der verfügbare Phasenraum gleichmäßig ausgefüllt ist.
- T5:** Die makroskopische Verteilungsfunktion F zeigt während der Phasenmischung große Fluktuationen zwischen $F = 0$ und $F = f = \eta$. Sie nähert sich nicht monoton ihrem Gleichgewichtszustand.
- T6:** F erreicht seinen Gleichgewichtszustand, sobald die mittlere Skalenlänge der besetzten Phasenraumgebiete kleiner als die Größe der Makrozelle geworden ist.

3.5.1.6 Die Gültigkeit der Mischungstheoreme für die numerischen N - Körpermodelle

Die *Mischungstheoreme* T1 bis T6 wurden für ein stark vereinfachtes Modell entwickelt. Es soll nun gezeigt werden, daß sie auch für die wesentlich komplexeren N - Körperrechnungen von § 3.4 gelten.

Zur Berechnung der *Mischungszeitskala* schätzen wir die Winkelgeschwindigkeitsdifferenz der Sterne eines Sternsystems mit Anfangsradius R , mittlerer Geschwindigkeitsdispersion σ und Gesamtmasse M ab durch

$$\omega_{\max} - \omega_{\min} \approx \frac{2 \pi \sigma}{5 R} \quad . \quad (3.63a)$$

Wir erhalten dann mit Gleichung (3.57)

$$\tau_{\text{mix}} \leq 2 \pi / \left(\frac{2 \pi \sigma}{R} \right) = \frac{R}{\sigma} \quad . \quad (3.63b)$$

Mit der Definition des Virialkoeffizienten (siehe Gl. 2.17b),

$$\eta_{\text{vir}} = 2 \frac{R \sigma^2}{G M} \quad , \quad (3.64)$$

und der freien Fallzeit (Gl. (3.4b)) folgt dann aus Gleichung (3.63b)

$$\tau_{\text{mix}} \leq 1.3 \frac{\tau_{\text{ff}}}{\sqrt{\eta_{\text{vir}}}} \quad . \quad (3.65)$$

Nach Gleichung (3.65) und Theorem T4 sollten Sternsysteme, wie zum Beispiel elliptische Galaxien mit $\eta_{\text{vir}} \approx 0.1 - 1$ auch ohne Stöße innerhalb von 3 freien Fallzeiten ein dynamisches Gleichgewicht erreichen. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit den numerischen Rechnungen von § 3.4.

Abbildung 3.25 zeigt $\varepsilon_\rho = \langle \Delta \rho / \rho \rangle$ für Modell NB3 ($\tau_{\text{mix}} = 10$), sowie die theoretisch erwartete zeitliche Variation der Dichtefluktuationen nach Gleichung (3.55) mit τ_{mix} nach Gleichung (3.57). In Übereinstimmung mit den Theoremen T1 bis T3 hängt ε_ρ für $t \leq \tau_{\text{mix}}$ stark von den Anfangsbedingungen ab und läßt sich für $t \geq \tau_{\text{mix}}$ gut durch die Ungleichung $\varepsilon_\rho = \tau_{\text{mix}} / t \leq \tau_{\text{ff}} / (t \cdot \sqrt{\eta_{\text{vir}}})$ beschreiben (siehe Gl. 3.59 und Gl. 3.65).

Wie der vergrößerte Ausschnitt des Potentialtopfes von Modell NB1 zur Zeit $t \approx 16 \tau_{\text{ff}}$ (Abb. 3.9) zeigt, läßt sich selbst im dynamischen Gleichgewicht noch

deutlich ein filamentartiges Muster erkennen, das der Phasenraumstruktur des stark vereinfachten Teilchensystems von § 3.5.1.1 sehr ähnlich ist (siehe Abb. 3.22c, vergleiche auch Abb. 3.18c,e und Abb. 3.19c,e mit Abb. 3.22c). Wir sollten daher auch hier dieselben Schwankungen in der makroskopischen Verteilungsfunktion F erwarten, wie in dem hier diskutierten, vereinfachten Modell von § 3.5.1.4 (Burkert, 1989).

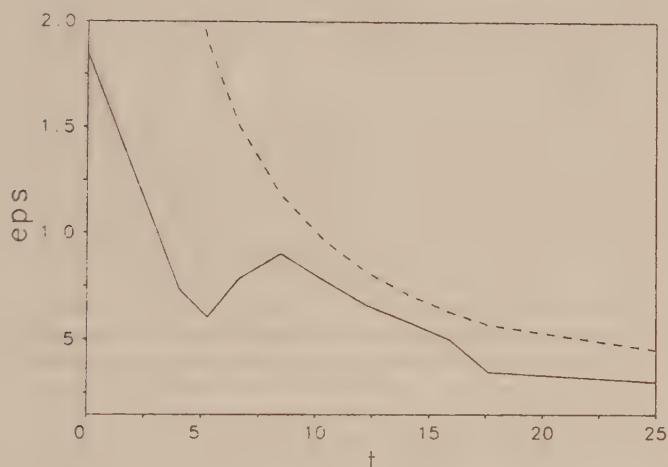


Abb. 3.25: Die zeitliche Entwicklung von ε_p für Modell NB3 (durchgezogene Linie). Gestrichelt ist die theoretisch erwartete obere Grenze nach Gleichung (3.59) mit τ_{mix} nach Gleichung (3.65) eingezeichnet.

3.5.1.7 Bemerkungen zur Phasenmischung in Sternsystemen

In den bisherigen Abschätzungen wurde die Energieänderung der Sterne (sogenannte "violent relaxation") nicht berücksichtigt. Nun führt "violent relaxation" nach den numerischen Ergebnissen von § 3.4 zu einer Verbreiterung der Energieverteilung $N(E)$. Damit wird aber auch die Phasenwinkeldifferenz $\omega_{max} - \omega_{min}$ größer ($\omega \sim E^{0.5}$), was nach Gleichung (3.48) zu einer kleineren Mischungszeitskala führt. "Violent relaxation" verkürzt also die Zeitskala, auf der ein Sternsystem ins Virialgleichgewicht kommen kann.

In der Regel hängt τ_{mix} nicht von der genauen Form des Potentials ab. Die Ausnahme bilden Potentiale, in denen alle Sternbahnen nahezu dieselbe Winkelgeschwindigkeit besitzen. Ein Beispiel dafür ist der Kollaps eines Sternsystems in

einem stationären, massereichen, das Potential bestimmenden Halo mit einer räumlich konstanten Dichteverteilung. Die Umlaufperiode und damit die Winkelgeschwindigkeit ist dann für alle Sterne gleich ($\omega_{\max} = \omega_{\min}$), und es gilt nach Gleichung (3.48): $\tau_{\text{mix}} = \infty$. In einem solchen Potential sollte das Sternsystem also nie ins Gleichgewicht kommen.

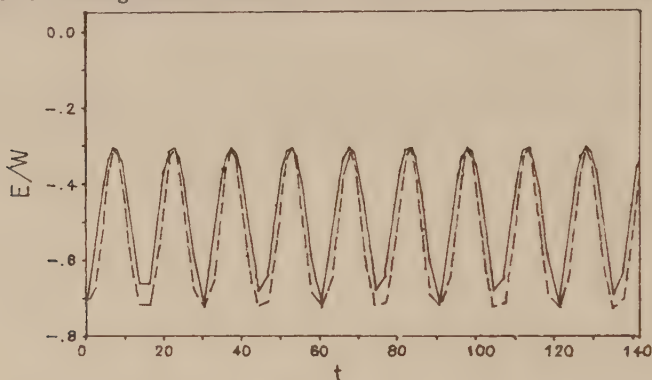


Abb. 3.26: Die periodischen Variationen der gesamten kinetischen Energie (durchgezogen) und der Dispersionsenergie (gestrichelt) eines nicht relaxierenden Sternsystems in einem massereichen, stationären Halo.

Abbildung 3.26 zeigt die zeitliche Variation von E_{kin} und E_{rand} eines Sternsystems in dem oben beschriebenen harmonischen Oszillatorpotential. Wie erwartet sind die Oszillationen über den gesamten Zeitraum von $18 \tau_{\text{ff}}$ ungedämpft. Dies ist auch ein guter Test zur Energieerhaltung des numerischen Verfahrens.

3.5.2 Der Gleichgewichtszustand eines anfangs bereits virialisierten Sternsystems

Betrachten wir nun speziell ein anfangs bereits annähernd virialisiertes Sternsystem. Da dieses System nahezu im Gleichgewicht ist, treten keine großen Dichteschwankungen auf. Die Energieverteilung $N(E)$ der Sterne ist nun genauso wie die Drehimpulsverteilung eine Erhaltungsgröße (siehe Modell NB1). Es kann sich daher nur ein Gleichgewichtszustand einstellen, dessen Energie- und Drehimpulsverteilung $N(E, L)$ mit der Anfangsverteilung übereinstimmt. Der Endzustand hängt damit stark von dem jeweils gewählten Anfangsbedingungen ab. So bleibt nach den numerischen Rechnungen ein anfangs *isotropes* Sternsystem im Laufe der weiteren Entwicklung isotrop und ein anfangs exponentielles Dichteprofil bleibt erhalten. Hätte sich das Gas, aus dem die Sterne entstanden sind, bereits in einem dynamisch stationären Gleichgewicht mit einer exponentiellen Dichteverteilung befunden, so würde auch die Sternkomponente dieselbe exponentielle

Dichteverteilung und isotrope Geschwindigkeitsdispersion zeigen. Damit läßt sich nun die heutige Struktur von *Zwerggalaxien* erklären. Wie die chemodynamischen Rechnungen zeigen werden (§ 5.7), entstanden die Sterne in dGs aus einer isotropen Gaskomponente, die bereits in einem annähernden Virialgleichgewicht war und eine exponentielle Dichteverteilung zeigte.

Massereiche elliptische Galaxien zeigen hingegen eine große Anisotropie, die auf einen heftigen Kollaps hindeutet. Hier änderte sich die Energie der Sterne und das System konnte zu einem von den Anfangsbedingungen unabhängigen Gleichgewichtszustand relaxieren. Dieser Prozeß wird im nächsten Abschnitt theoretisch untersucht werden.

3.5.3 Die Verteilungsfunktion eines unvollständig relaxierten Sternsystems

Die Entwicklung von Sternsystemen wird im allgemeinen durch zwei Prozesse bestimmt: *Phasenmischung* und *Relaxation*. Aufgrund der *Phasenmischung*, beschrieben mit den Theoremen T1 bis T6 in § 3.5.1.5, können Sternsysteme nach wenigen Mischungszeitskalen ins Gleichgewicht kommen. Ist die Phasenmischung der einzig wichtige Prozess, so hängt nach § 3.5.2 der Endzustand stark von den Anfangsbedingungen ab. Wie die numerischen Modelle NB2 bis NB4 zeigen, ist die Energieverteilung $N(E)$ in einem heftig kollabierenden Sternsystem keine Erhaltungsgröße mehr. Damit verliert das System aber eine wesentliche Information über den Anfangszustand. Es kann dann, wie in diesem Abschnitt gezeigt werden wird, zu einem Gleichgewichtszustand relaxieren, der nahezu unabhängig von dem Anfangszustand ist und gut mit der beobachteten Struktur von elliptischen Galaxien übereinstimmt.

Lynden - Bell untersuchte 1967 erstmals statistisch die "*violent relaxation*", das heißt die Relaxation eines Sternsystems in einem sich zeitlich stark ändernden Potential. Er zerlegt dazu die *Makrozellen* des Phasenraums in viele wesentlich kleinere *Mikrozellen* und nahm an, daß aufgrund der *Phasenmischung*, in Verbindung mit der Energieänderung der Sterne, jede dieser Mikrozellen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit und unabhängig voneinander besetzt werden kann. Es läßt sich dann eine *Gleichgewichtsverteilungsfunktion* ableiten, die derjenigen einer isothermen Sphäre entspricht, die aber die beobachteten Eigenschaften von E-Galaxien nicht gut beschreiben kann.

Nun beruht Lynden - Bells Theorie auf der Vermutung, daß durch "*violent relaxation*" jede der Mikrozellen, unkorreliert voneinander und mit gleicher Wahrscheinlichkeit besetzt wird. Nach den Theoremen T1 bis T6 zur Phasenmischung ist dies aber falsch. So treten nach T1 bis T3 signifikante Dichtefluktuationen und damit "*violent relaxation*" nur auf, solange $t \leq \tau_{mix}$ ist. Nach den Theoremen T4 bis T6 kann eine Makrozelle während dieser Zeit im wesentlichen nur zwei verschie-

dene Zustände einnehmen. Entweder sie ist vollständig besetzt ($F \approx \eta$) oder sie ist unbesetzt ($F \approx 0$). Damit existiert aber, im Gegensatz zu Lynden - Bells Annahme, eine sehr starke Korrelation zwischen den Besetzungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Mikrozellen einer gegebenen Makrozelle. Entweder sind alle Mikrozellen besetzt, oder keine Zelle ist belegt. Lynden - Bells statistische Überlegungen gelten eigentlich erst dann, wenn die mittlere Skalenlänge der vollständig besetzten, zusammenhängenden Phasenraumgebiete so klein wie eine Mikrozelle ist, das heißt wesentlich kleiner als eine Makrozelle. Erst dann kann jede Mikrozelle, unabhängig von den Nachbarzellen besetzt werden. Dann ist aber das System nach Theorem T6 schon längst im dynamischen Gleichgewicht und es findet keine "violent relaxation" mehr statt.

Durch "violent relaxation" wird außerdem nicht jede Makrozelle mit derselben Wahrscheinlichkeit besetzt werden. So haben zum Beispiel Jaffe (1987), Tremaine (1987) und Merritt et al. (1989) darauf hingewiesen, daß Sterne durch "violent relaxation" nur mit einer Wahrscheinlichkeit

$$P(E, L) \sim \frac{1}{T(E, L)} \quad (3.66)$$

eine Umlaufbahn mit Energie E und Drehimpuls L erreichen können, wobei $T(E, L)$ die Umlaufperiode dieser Bahn ist. Makrozellen mit einer Energie E und einem Drehimpuls L können also nur mit der Wahrscheinlichkeit P nach Gleichung (3.66) besetzt werden.

Aufgrund dieser Überlegungen läßt sich verstehen, warum Lynden - Bells Statistik keine gute Beschreibung der relaxierten Gleichgewichtsstruktur von E - Galaxien liefern konnte.

Aufbauend auf den *Mischungstheoremen* T1 bis T6 soll nun eine verbesserte Theorie vorgestellt werden, die die numerischen Ergebnisse zur Entwicklung von heftig kollabierenden Sternsystemen und die heutige Struktur von gEs besser erklären kann. Diese neue Theorie wollen wir *unvollständige Relaxation* nennen.

Wie bereits erläutert, befindet sich eine Makrozelle nach den Theoremen T4 und T5 während der Relaxationsphase nur in zwei möglichen Besetzungszuständen: $F = \eta$, oder $F = 0$. Üblicherweise nimmt das System am Anfang nur einen kleinen, durch die Anfangsbedingungen festgelegten Bruchteil des Phasenraums ein. Durch "violent relaxation" und die Phasenmischung wird dann im Laufe einer Mischungszeitskala jede Makrozelle mit einer durch Gleichung (3.66) gegebenen Wahrscheinlichkeit P besetzt werden.

Sei nun $NM_{i,k}$ die Gesamtzahl der Makrozellen mit Energie E_i und Drehimpuls L_k .

Alle Makrozellen sollen zur Vereinfachung dasselbe Phasenraumvolumen haben.

$$\sum_i NM_{i,k} = \text{const.}$$

bezeichne die Gesamtzahl der Makrozellen mit Drehimpuls L_k . Von den $NM_{i,k}$ Makrozellen seien anfangs $n_{i,k}$ Zellen besetzt. Da der Drehimpuls auch in einem heftig kollabierenden, sphärisch symmetrischen Sternsystem erhalten bleibt und aufgrund des Liouvilleschen Satzes das Gesamtvolumen des besetzten Phasenraumes konstant bleibt, ist die Gesamtzahl der besetzten Phasenraumzellen mit Drehimpuls L_k eine Erhaltungsgröße,

$$\sum_i n_{i,k} = N_k \quad . \quad (3.67)$$

Im Laufe der Entwicklung kann nun jede Makrozelle mit einer Wahrscheinlichkeit $P_{i,k} = P(E_i, L_k)$ besetzt werden. Die unnormierte Wahrscheinlichkeits W , daß $n_{i,k}$ Zellen der $NM_{i,k}$ verfügbaren Makrozellen besetzt sind, ist also gegeben durch

$$W = \prod_k \left\{ \frac{N_k!}{\prod_i (n_{i,k})!} \cdot \prod_i \left(P_{i,k}^{n_{i,k}} \frac{NM_{i,k}!}{(NM_{i,k} - n_{i,k})!} \right) \right\} \quad . \quad (3.68)$$

Wir suchen nun durch Variation von $n_{i,k}$ das Maximum von W unter der Nebenbedingung (3.67) und der Bedingung der Erhaltung der Gesamtenergie und der Gesamtmasse. Die Maximierungsmethode mit Hilfe von *Lagrangemultiplikatoren* ist ausführlich bei Lynden-Bell (1967) beschrieben und muß daher hier nicht detailliert vorgeführt werden. Nach einiger Rechnung finden wir, daß die durch Gleichung (3.68) gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung W maximal wird, wenn gilt

$$n(E, L) = NM(E, L) \cdot P(E, L) \cdot \frac{\exp(\beta E - \gamma(L) L)}{1 + P \cdot \exp(\beta E - \gamma(L) L)} \quad , \quad (3.69)$$

wobei wir von der diskretisierten Beschreibung (i, k) zur Kontinuumsbeschreibung (E, L) übergegangen sind. $NM(E, L)$ ist die Gesamtzahl der Makrozellen mit Energie E und Drehimpuls L . $n(E, L)$ bezeichnet die Zahl der besetzten Makrozellen. $P(E, L)$ ist durch Gleichung (3.66) gegeben.

Die Konstante β und die Funktion $\gamma(L)$ sind durch die Erhaltungsgrößen und damit durch die Anfangsbedingungen bestimmt. β und $\gamma(L)$ folgen aus der *Energieerhaltung*.

$$E_{\text{tot}} = \int \int E n(E, L) dE dL = \text{konstant} \quad . \quad (3.70a)$$

und aus der Erhaltung des *Drehimpulses* (Gl. 3.67)

$$n(L) = \int n(E, L) dE \quad , \quad (3.70b)$$

wobei $n(L)$ die Zahl der besetzten Makrozellen mit Drehimpuls L bezeichnet, die durch die Anfangsbedingungen vorgegeben ist und während der Entwicklung konstant bleibt.

Da alle Makrozellen dasselbe Volumen haben sollen, gilt

$$NM(E, L) \sim g(E, L) \quad . \quad (3.71)$$

$g(E, L)$ bezeichnet hier das Volumen des Phasenraumbereiches mit Energie E und Drehimpuls L .

Nach (BT87, 282) gilt in sphärisch symmetrischen Systemen

$$g(E, L) = 8 \pi^2 L \cdot T(E, L) \quad , \quad (3.72)$$

mit der in Gleichung (3.29) definierten *Umlaufperiode* T .

Ersetzen wir nun P in Gleichung (3.69) durch die rechte Seite von Gleichung (3.66), so folgt mit Gleichung (3.71)

$$n(E, L) = g(E, L) \cdot F(E, L) \quad , \quad (3.73a)$$

wobei

$$F(E, L) = \eta T^{-1} \frac{\exp(\beta E - \gamma L)}{1 + T^{-1} \exp(\beta E - \gamma L)} \quad (3.73b)$$

die *makroskopische Verteilungsfunktion* des unvollständig relaxierten Sternsystems bezeichnet und η die hier als konstant angenommene *mikroskopische Verteilungsfunktion* ist.

Wie in Lynden-Bells Statistik können auch bei der durch Gleichung (3.73b) beschriebenen Verteilungsfunktion F zwei Extremfälle auftreten, die man als *nicht entarteten Zustand* ($T^{-1} \exp(\beta E - \gamma L) \ll 1$), beziehungsweise als *entarteten Zustand* ($T^{-1} \exp(\beta E - \gamma L) \gg 1$) bezeichnet.

3.5.4 Nicht entartete, unvollständig relaxierte Sternsysteme

Falls die gemittelte, makroskopische Phasenraumdichte F wesentlich kleiner als η ist, das heißt, falls viele der Makrozellen mit gegebener Energie E und mit einem Drehimpuls L nur unvollständig oder überhaupt nicht besetzt sind, gilt

$$(T^{-1} \exp(\beta E - \gamma L) \ll 1 \quad , \quad (3.74)$$

und wir können F approximieren durch

$$F_{NL}(E, L) = \eta T^{-1} \exp(\beta E - \gamma L) \quad , \quad (3.75)$$

wobei F_{NL} als die *nicht entartete Verteilungsfunktion* bezeichnet wird.

Wir können nun mit Gleichung (3.75), Gleichung (3.72) und Gleichung (3.73a) die Energieverteilung $N(E)$ berechnen,

$$N(E) = \int n(E, L) dE dL = K_L \cdot e^{\beta E} \quad , \quad (3.76a)$$

mit der Konstanten

$$K_L = 8\pi^2 \int L e^{-\gamma L} dL \quad . \quad (3.76b)$$

Die Energieverteilung eines nicht entarteten, unvollständig relaxierten Sternsystems ist eine Exponentialfunktion.

Man beachte, daß die Exponentialverteilung (3.76a) vollständig unabhängig von der Drehimpulsverteilung $n(L)$ der Sterne ist, die eine Erhaltungsgröße darstellt. Nun hat Binney 1982 gezeigt, daß eine durch ein Exponentialgesetz (3.76a) beschriebene Energieverteilung zu einer Dichteverteilung führt, die ausgezeichnet mit dem beobachteten de Vaucouleurs - Profil von E - Galaxien übereinstimmt. Nach Binney (1982) sollte dieses Ergebnis unabhängig von den kinematischen Eigenschaften, wie der Anisotropie und der Geschwindigkeitsdispersionsverteilung sein. Dies erklärt auch, warum elliptische Galaxien nahezu dasselbe Dichteprofil zeigen, obwohl sie sich in ihrer Geschwindigkeitsdispersion $\sigma(r)$ und der Anisotropie $\beta_A(r)$ stark voneinander unterscheiden (Kormendy, 1982).

Nach Gleichung (3.76a) kann also mit Binney (1982) das *Dichteprofil* von gEs durch die unvollständige Relaxation erklärt werden. Dieses Ergebnis ist unabhängig von $n(L)$. Andererseits werden die *kinematischen Eigenschaften* der gEs durch die Drehimpulsverteilung $n(L)$ bestimmt, die stark von den Anfangsbedin-

gungen abhängt, da diese Funktion eine Erhaltungsgröße ist.

Betrachten wir nun als Beispiel die in den numerischen Rechnungen gewählten Anfangsbedingungen, das heißt eine *Maxwellverteilung der Sterne* mit einer *Dichteverteilung*, die durch ein *Potenzgesetz* gegeben ist. Wir hatten in § 3.4.2.5 argumentiert, daß eine derartige Anfangsbedingung für gEs sehr wahrscheinlich ist. Es zeigt sich, daß Sternsysteme mit diesen Anfangsbedingungen eine Drehimpulsverteilung $n(L)$ zeigen, die sehr gut durch

$$n(L) \sim L \cdot \exp\left(-\frac{L^2}{2 r_a^2}\right) \quad (3.77)$$

beschrieben werden kann, wobei r_a ein freier Parameter ist. Dieses Ergebnis hängt kaum von der gewählten Dichteverteilung ab.

Abbildung 3.27 zeigt als Beispiel die Funktion

$$f(L) = \left(-\log\left(\frac{n(L)}{L}\right)\right)^{0.5}$$

für Modell NB4, die nach Gleichung (3.77) proportional zu L sein sollte.

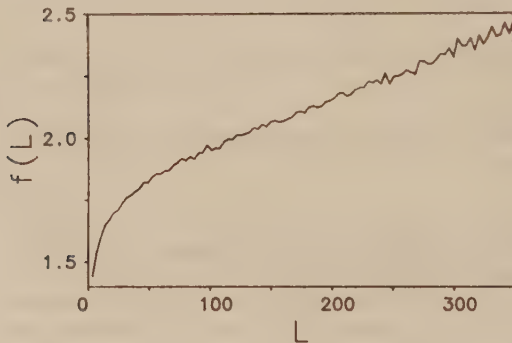


Abb. 3.27: Die Funktion $f(L) = \left(-\log(n(L)/L)\right)^{0.5}$ für Modell NB4.

Bevor mit Gleichung (3.69), (3.70b) und (3.77) $\gamma(L)$ berechnet werden kann, muß die Umlaufperiode $T(E, L)$ bekannt sein. Da das Sternsystem durch das $r^{1/4}$ -Gesetz beschrieben wird, läßt sich T nach Gleichung (3.32) für $E \geq -0.5$ ($\Phi(r=0)$ ist auf eins normiert) gut durch die Keplerperiode beschrieben und ist unabhängig von L . Wir erhalten dann aus Gleichung (3.75) mit Gleichung (3.32)

$$F_{NE}(E, L) \approx \eta |E|^{1.5} \exp(\beta E - \gamma(L) L) \quad \text{für } E \geq -0.5. \quad (3.78)$$

Mit Hilfe der Gleichung (3.70b), (3.72) und (3.73a) folgt

$$n(L) = \int g F_{\backslash E} dE \sim L \cdot \exp(-\gamma(L) \cdot L). \quad (3.79)$$

Ein Vergleich von Gleichung (3.79) mit Gleichung (3.77) liefert schließlich $\gamma(L) \sim L/2r_a^2$.

Wir finden also die folgende Verteilungsfunktion für $E \geq -0.5$

$$F_{BS}(E, L) = \eta |E|^{1.5} \exp\left(\beta E - \frac{L^2}{2r_a^2}\right). \quad (3.80)$$

Diese Verteilungsfunktion wurde bereits ausführlich von Bertin und Stiavelli (1984), Stiavelli und Bertin (1985) und von Merritt et al. (1989) studiert. Die Autoren konnten zeigen, daß Modelle mit dieser Verteilungsfunktion (3.81) sehr gut die Dichteverteilung und die kinematischen Eigenschaften von E-Galaxien beschreiben können. *Negative Temperaturmodelle* ($\beta > 0$) haben außerdem eine große bis ins Zentrum reichende Anisotropie (Merritt et al., 1989).

Bei kleinen Radien zeigen die Bertin-Stiavelli Modelle (kurz: BS-Modelle) eine größere Abweichung vom $r^{1/4}$ -Gesetz, die die Autoren nicht erklären können. Wir können dieses Ergebnis nun dadurch verstehen, daß die Näherung (3.32) für $T(E, L)$ in den inneren Bereichen bei $E < -0.5$ nicht mehr gültig ist (siehe § 3.3). Damit ist in diesem Energiebereich die Formel (3.80) keine gute Beschreibung für $F_{\backslash E}$ aus Gleichung (3.75), was die Abweichungen vom $r^{1/4}$ -Gesetz erklären kann.

Zusammenfassend können wir also feststellen:

Die *Dichteverteilung* von elliptischen Galaxien läßt sich sehr gut durch eine *nicht entartete, unvollständig relaxierte Verteilungsfunktion* $F_{\backslash E}$ erklären, unabhängig von der Drehimpulsverteilung $n(L)$ der Sterne. $n(L)$ bestimmt andererseits die kinematischen Eigenschaften des Gleichgewichtssystems. Dieses Ergebnis widerlegt die Vermutungen von May und van Albada (1984), die annahmen, daß sich ein de Vaucouleurs-Gesetz erst aufgrund von Stößen und einer damit verbundenen Drehimpulsumverteilung einstellt (siehe § 3.4). Es zeigt sich außerdem, daß die in den numerischen Rechnungen gewählten, physikalisch plausiblen Anfangsbedingungen (§ 3.3.2.4) zu einem $n(L)$ und damit zu einer speziellen Verteilungsfunktion F_{BS} (Gl. 3.80) führen, die auch gut die *kinematischen Eigenschaften* von gEs beschreiben kann.

3.5.5 Entartete, unvollständig relaxierte Sternsysteme

Nach den Ergebnissen von §3.5.4 sollten heftig kollabierende Sternsysteme mit einem anfangs kleinen η_{vir} zu Gleichgewichtssystemen führen, das durch ein de Vaucouleurs- Gesetz beschrieben werden kann. Dies trifft auch für die äußeren Bereiche der Modelle NB2 und NB3, sowie für das gesamte Dichteprofil von Modell NB4 zu. Modell NB4 zeigt außerdem die nach Gleichung (3.76a) zu erwartende exponentielle Energieverteilung, sowie eine mit den BS- Modellen und den Beobachtungen gut übereinstimmende große bis ins Zentrum reichende Anisotropie.

Die Modelle NB2 und NB3 haben hingegen einen *isotropen Kern*, der sich in seiner Dichte- und Energieverteilung stark von der anisotropen Hülle unterscheidet, die gut durch das $r^{1/4}$ - Gesetz beschrieben wird. Die Entstehung und die physikalischen Eigenschaften dieses Kerns sollen nun näher untersucht werden.

3.5.5.1 Der Radius des entarteten Kerns

Die Resultate von §3.5.4 sind nur auf das nicht entartete Gebiet des Sternsystems anwendbar, in dem die Näherung (3.74) gültig ist. Nun nimmt die Phasenraumdicke in einem Sternsystem mit abnehmendem Radius zu. Es kann also einen Radius r_k geben, innerhalb dessen die Phasenraumdicke $F_{1/4}(r, \mathbf{v}, t)$ eines durch das $r^{1/4}$ - Gesetz beschriebenen Sternsystems größer werden würde als die mikroskopische Phasenraumdicke η , die durch die Anfangsbedingungen festgelegt ist und dann aufgrund des Liouvilleschen Satzes konstant bleibt. Nach Gleichung (3.73b) ist dies nicht möglich, das heißt, r_k definiert den Übergang zum *entarteten Gebiet*, in dem F konstant wird.

Um r_k , den Radius des entarteten Kerns, abzuschätzen, muß zuerst $F_{1/4}$ berechnet werden. Das Maximum von $F_{1/4}(r, \mathbf{v}, t)$ am Ort r läßt sich abschätzen durch

$$F_{1/4}^{max}(r) = K_F \cdot \frac{\rho_{1/4}}{\sigma_{1/4}^3}, \quad (3.81)$$

wobei $\rho_{1/4}$ die Dichteverteilung und $\sigma_{1/4}$ die Geschwindigkeitsdispersionsverteilung des durch das $r^{1/4}$ - Gesetz beschriebenen Sternsystems sind. K_F ist eine Konstante, die von der genauen Form von $F_{1/4}$ abhängt. Im Fall einer Maxwellverteilung (Gl. 3.48) gilt zum Beispiel: $K_F = (2\pi)^{-1.5}$. Wir wollen hier K_F als konstant annehmen. Wie die numerischen Rechnungen und auch die Beobachtungen zeigen, ist $\sigma_{1/4}$ in den inneren Bereichen annähernd konstant und kann zum Beispiel durch Gleichung (2.31) abgeschätzt werden. Die Dichte $\rho_{1/4}$ ist in diesem Bereich nach Gleichung (3.14) und (3.15) in guter Näherung gegeben durch

$$\rho_{1/4}(r) \approx \frac{64 \rho_e r_e}{r} \approx \frac{4.5}{\pi} \cdot \frac{M}{r_e^2 r}. \quad (3.82)$$

Wir setzen nun $\rho_{1/4}$ aus Gleichung (3.82) und σ aus Gleichung (2.31) in Gleichung (3.81) ein und erhalten

$$F_{1/4}^{max}(r) \approx 4 \frac{K_F}{G^{1.5}} \left(\frac{8}{M r_e} \right)^{0.5} \cdot \frac{1}{r}. \quad (3.83)$$

Wie man sieht, wächst $F_{1/4}^{max}$ mit abnehmendem r stark an.

Der Anfangszustand des Sternsystems möge wie bei Modell NB2 durch eine konstante Dichte ρ_{in} , eine konstante Geschwindigkeitsdispersion σ_{in} und einen bestimmten Virialkoeffizienten η_{vir} gekennzeichnet sein. Wir drücken nun σ_{in} mit Gleichung (3.64) durch den Virialkoeffizienten des Systems aus und ersetzen ρ_{in} durch die Masse M und den Anfangsradius R_{in} . Die numerischen Rechnungen in §3.4.3 zeigen, daß das System am Ende der Entwicklung annähernd den doppelten Radius $R \approx 2 R_{in}$ hat. Aus σ_{in} und ρ_{in} erhalten wir nun eine Abschätzung für die mikroskopische Verteilungsfunktion η des Anfangszustandes,

$$\eta = 5.4 \frac{K_F}{G^{1.5}} (M)^{-0.5} (\eta_{vir} R)^{-1.5}. \quad (3.84)$$

Die makroskopische Verteilungsfunktion F und die mikroskopische Verteilungsfunktion η stimmen anfangs überein, da das System ohne große Dichtefluktuationen auf extrem kleinen Skalen erzeugt wurde. In Analogie zu Gleichung (3.81) folgt dann

$$\eta = F \approx K_F \cdot \rho_{in} \cdot \sigma_{in}^{-3}$$

und daraus Gleichung (3.84).

Nach dem Liouvilleschen Satz kann die makroskopische Verteilungsfunktion im Laufe der Entwicklung nur abnehmen ($F < \eta$). Nur im Extremfall einer vollständig besetzten Makrozelle gilt $F = \eta$. Der entartete Kern ist nun dasjenige Gebiet, wo dieser Extremfall eintritt.

Aus der Bedingung $F_{1/4}^{max}(r_k) = \eta$ erhalten wir mit Gleichung (3.83) und Gleichung (3.84) den Kernradius in Einheiten des Gesamtradius R :

$$\log \left(\frac{r_k}{R} \right) \approx 1.5 \log \eta_{vir} + 0.5 \log \left(\frac{R}{r_e} \right). \quad (3.85)$$

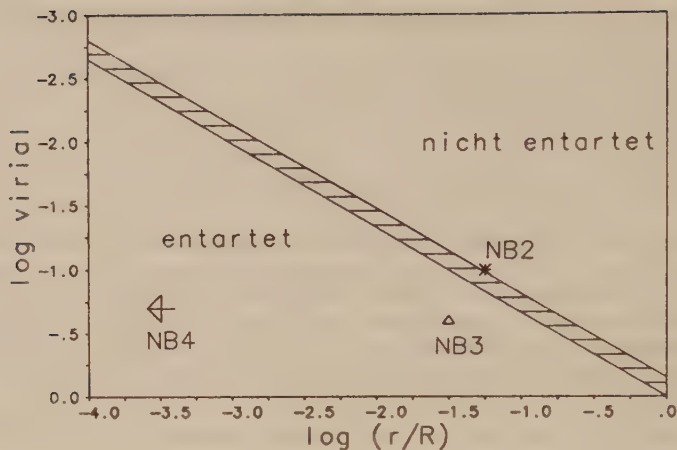


Abb. 3.28: Das schraffierte Gebiet kennzeichnet den nach Gleichung (3.85) zu erwartenden Kernradius r_k unter der Annahme $0 \leq \log(R/r_e) \leq 1$, für ein anfangs mit einem gegebenen Virialkoeffizienten η_{vir} kollabierendes Sternsystem mit zu Beginn konstanter Dichte. Der Kernradius der einzelnen Modelle ist mit eingezeichnet.

Abbildung 3.28 zeigt die Größe des *entarteten Kerngebiets*, gekennzeichnet durch $r \leq r_k$ als Funktion von η_{vir} . Da $\log(R/r_e)$ in der Regel zwischen 0 und 1 liegt, sollte der äußere Rand des entarteten Kerns von Sternsystemen, die mit einer anfangs konstanten Dichteverteilung und mit einem bestimmten Virialkoeffizienten η_{vir} kollabieren, in dem schraffierten Gebiet liegen. Mit eingezeichnet wurde außerdem der Kernradius von Modell NB2 und NB3. Die Übereinstimmung mit dem erwarteten Radius des entarteten Gebietes ist bei Modell NB2 sehr gut. Die Abweichung von dem de Vaucouleurs - Gesetz in den inneren Gebieten von Modell NB2 ist also tatsächlich eine Folge der Entartung des Sternsystems. Für Modell NB3 ist der Radius des entarteten Kerns kleiner als man nach Gleichung (3.86) erwarten sollte. Dies ist eine Folge des Anfangsdichtegradienten $n_\rho > 0$, der zu einer größeren Zentraldichte und damit zu einem größeren η führt. Damit wird r_k kleiner. In Modell NB4 ist der isotrope Kern aufgrund des anfangs großen $n_\rho = 2$ nicht mehr zu erkennen, das heißt r_k ist hier kleiner als der Durchmesser der innersten Gitterzelle, der in Abbildung 3.28 durch einen Pfeil angedeutet ist.

gEs lassen sich bis zu Radien $\log(r/r_e) \leq -3$ gut durch ein de Vaucouleurs - Gesetz beschreiben, das heißt, ihr entarteter Kernradius sollte kleiner als $10^{-3}R$ sein. Aus Abb. 3.28 folgt dann, daß diese Systeme einen sehr heftigen Kollaps mit $\eta_{vir} \leq 0.01$ hatten, wenn das Protosternsystem anfangs einen kleinen Dichtegradienten zeigte.

3.5.5.2 Die Struktur des entarteten Kerns

Der entartete Kernbereich ist durch eine hohe Phasenraumdichte und eine vollständige Besetzung aller Makrozellen gekennzeichnet. Im Gegensatz zur nicht entarteten Hülle mit der Bedingung (3.74) gilt hier

$$T^{-1} \exp (\beta E - \gamma L) \gg 1 . \quad (3.86)$$

Damit folgt nach Gleichung (3.73b)

$$F = F_{EK} = \text{konstant.} \quad (3.87)$$

Das Sternsystem des Kernbereichs wird also durch eine konstante Verteilungsfunktion F_{EK} beschrieben. Nach (BT87, 223 ff) folgt daraus, daß es sich um ein *polytropes Sternsystem* mit *Polytropyindex* $n = 1.5$ handelt.

Diese Polytropen sind in Übereinstimmung mit den numerischen Rechnungen isotrop, da F nicht vom Drehimpuls L abhängt. Ihre Dichteverteilung wird durch

$$\rho_{EK}(r) = \frac{(2\pi)^{1.5}}{15!} F_{EK} (\Phi_0 - \Phi)^{1.5} \quad (3.88)$$

beschrieben, wobei das Potential Φ durch die Poissonsgleichung (3.12) gegeben ist und Φ_0 das Potential am äußeren Rand r_K ($\rho(r_K) = 0$) bezeichnet. ρ_{EK} fällt in den äußeren Bereichen mit $d \log \rho / d \log r \approx -3$ bis -4 ab und geht bei einem endlichen Radius r_K gegen Null. Eine wichtige Eigenschaft ist außerdem, daß ein solcher polytroper Kern eine sehr große Bindungsenergie $(E_{tot})_{EK}$ hat (Bouvier und Janin, 1970),

$$(E_{tot})_{EK}^{Kern} = -\frac{3}{7} G \frac{M_K^2}{r_K}, \quad (3.89)$$

wobei M_K die Masse des entarteten Kerns ist.

Wäre der Kern nicht entartet, so würde er dem de Vaucouleurs - Gesetz folgen und nach Gleichung (3.82) einen Dichtegradienten $\rho \sim r^{-1}$ zeigen. Seine Bindungsenergie wäre dann nach Gleichung (2.13) und Gleichung (2.16a, b)

$$(E_{tot})_{NE}^{Kern} \approx 0.5 (E_{pot})_{NE}^{Kern} = -\frac{1}{3} \frac{G M_K^2}{r_K} \quad (3.90)$$

und damit um einen Betrag

$$(\Delta E_{tot})_{Kern} = (E_{tot})_{NE}^{Kern} - (E_{tot})_{EK}^{Kern} \approx 0.1 G \frac{M_k^2}{r_k} \quad (3.91)$$

geringer, als im entarteten Fall.

Damit kann man nun einige wichtige Ergebnisse der numerischen Rechnungen verstehen. Betrachten wir dazu ein Sternsystem, welches vollständig bis zum Zentrum durch ein $r^{1/4}$ -Gesetz beschrieben wird. Wir ersetzen nun den nicht entarteten Kern mit Radius r_k und Masse M_k durch einen entarteten Kern derselben Masse, mit demselben Radius r_k und derselben Dichte $\rho(r_k)$ am äußeren Rand r_k . Die anisotrope, durch das de Vaucouleurs - Gesetz beschriebene Hülle wird sich dadurch nicht verändern. Für $r > r_k$ fällt die Dichte also mit $\rho \sim r^{-1}$ ab, während sie nun für $r \leq r_k$ mit $\rho \sim r^{-3}$ abnimmt. Dies erklärt den scharfen "Knick" in der Dichteverteilung der Modelle NB2 und NB3 am Kernrand (siehe Abb. 3.15c). Da der Kern außerdem isotrop ist, während die Hülle nach den Überlegungen von § 3.3.2 auch für $r < r_e$ anisotrop sein kann, erwarten wir bei r_k einen Übergang von einer isotropen zu einer anisotropen Geschwindigkeitsdispersion, was auch gut mit den Ergebnissen der numerischen Rechnungen übereinstimmt (siehe Abb. 3.15d).

Betrachten wir nun die *Energieverteilung* $N(E)$ der Sterne. Die zum Kern gehörenden Sterne sind die am stärksten gebundenen Teilchen. Ist der Kern nicht entartet, so wird die Energieverteilung dieser Sterne wie die der Hülle durch ein Exponentialgesetz $N \sim \exp(\beta E)$ beschrieben (Gl. 3.76a), und es gibt keinen, in der Energieverteilung sichtbaren Übergang vom Kern zur Hülle. Ersetzen wir nun den nicht entarteten Kern durch einen entarteten Kern, so ändert sich auch die Energieverteilung der zum Kern gehörenden Sterne. $N(E)$ ist nun im Kern nicht mehr zu positiveren E hin exponentiell ansteigend, sondern sie wächst, der Energieverteilung einer $3/2$ -Polytropen entsprechend, steiler an und muß daher beim Übergang zum Halo wieder abfallen, bevor sie im Halo wieder exponentiell anwachsen kann. Wir erwarten also nun zwei Maxima. Hinzu kommt, daß die Sterne des Kerns um einen Betrag $(\Delta E_{tot})_{Kern}$ (siehe Gl. 3.91) stärker gebunden sind, als im nicht entarteten Fall, das heißt, ihre Energie wird um diesen Betrag abgesenkt. Damit vergrößert sich das lokale Minimum in $N(E)$ zwischen Kern und Hülle. Es läßt sich also verstehen, warum wir in Systemen mit entarteten Kernen (Modell NB2 und NB3) zwei Maxima beobachten können, während die Energieverteilung von Modell NB4 im gesamten Bereich gut durch ein Exponentialgesetz beschrieben wird.

Es wurde bereits erwähnt, daß die Struktur der nicht entarteten Hülle unverändert bleibt, wenn wir den vorher nicht entarteten Kern in einen entarteten Kern um-

tauschen, mit denselben äußeren Randbedingungen bei r_k . Damit ändert sich aber auch nicht die *Bindungsenergie* der Hülle, obwohl nun der Kern stärker gebunden ist. Es wird also eine Energie $(\Delta E_{tot})_{Kern}$ freigesetzt, die die Hülle nicht aufnehmen kann und die daher dem System verloren geht. Das heißt, diese Energie wird auf einige wenige Sterne übertragen, die aus dem System entweichen. Im Gegensatz zu der häufig in der Literatur zu findenden Annahme, ist die Verlustrate von Sternen also keine Folge des heftigen Kollapses, sondern sie ist eng mit der Entstehung eines nichtentarteten Kerns verknüpft. Wir können nun auch verstehen, warum in Modell NB3 Sterne entweichen konnten und in Modell NB4 nicht, obwohl Modell NB4 einen größeren Kollapsfaktor (ein kleineres η_{vir}) hat als Modell NB3. Modell NB3 hat aber einen nicht entarteten Kern, Modell NB4 hingegen nicht.

3.5.6 Bemerkungen zum Metallizitätsgradienten in elliptischen Galaxien

In § 3.5.4 wurde gezeigt, daß wir die heutige Struktur von gEs durch unvollständige Relaxation verstehen können, wenn diese Systeme anfangs einen hohen Kollapsfaktor hatten. Eines der wichtigsten Argumente gegen diese rein stellardynamische Betrachtung ist nun die Annahme, daß die heftige Relaxation jeden *Metallizitätsgradienten* ausschmieren würde (Larson, 1975), während Metallizitätsgradienten in E-Galaxien beobachtet werden (Gorgas und Efsthathiou, 1987).

Nehmen wir dazu an, daß die Sterne am Anfang bereits einen Metallizitätsgradienten hatten. Abb. 3.29 zeigt die Metallizitätsverteilung der Sterne am Anfang und am Ende der Entwicklung von Modell NB4. Der Metallizitätsgradient ist im Gleichgewichtszustand immer noch vorhanden. Die unvollständige Relaxation schmiert also die Metallizitätsgradienten nicht vollständig aus.

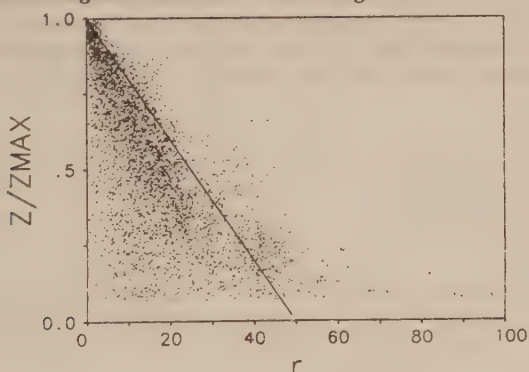


Abb. 3.29: Die Metallizitätsverteilung der Sternkomponente von Modell NB4 im Gleichgewichtszustand. Die Anfangsverteilung ist als durchgezogene Linie eingezeichnet.

3.6 Der Gültigkeitsbereich der hydrodynamischen Näherung zur Beschreibung von Sternsystemen

Die Entwicklung von Sternsystemen kann mit unterschiedlichen Methoden studiert werden. Statt der aufwendigen N-Körperrechnungen wird häufig eine hydrodynamische Beschreibung des Sternsystems (sog. "Sterngas") vorgezogen, die numerisch wesentlich weniger Speicherkapazität und Rechenzeit benötigt und mit der sich außerdem die komplexe Wechselwirkung zwischen den Sternen und dem Gas leichter beschreiben läßt (Bettwieser und Sugimoto, 1985; Aoki, 1985; Larson, 1969, 1975; Burkert und Hensler, 1987a, 1988). Auch in den in §5 diskutierten *chemodynamischen Modellen* zur Galaxienentwicklung wird eine hydrodynamische Beschreibung der Sternkomponente verwendet. Es soll daher in diesem Abschnitt, durch einen direkten Vergleich von stellardynamischen und hydrodynamischen Rechnungen gezeigt werden, wann die hydrodynamische Näherung verwendet werden kann, und welche stellardynamischen Prozesse sich damit nicht korrekt beschreiben lassen.

3.6.1 Die Momentengleichungen der stoßfreien Boltzmann-Gleichung

Die hydrodynamischen *Momentengleichungen* der stoßfreien Boltzmann-Gleichung beschreiben die zeitliche und räumliche Entwicklung der *makroskopischen Größen* eines Sternsystems, wie zum Beispiel der Dichte ρ (Gl. 3.35), der Strömungsgeschwindigkeit u (Gl. 3.36) oder der Geschwindigkeitsdispersion σ (Gl. 3.37a,b). Sie können aus der Vlasov-Gleichung (3.41) abgeleitet werden, indem man diese Gleichung mit derjenigen Variablen Q multipliziert, für deren Mittelwert $\langle Q \rangle$ (Gl. 3.34) eine Momentengleichung gesucht wird. Die anschließende Integration über den Geschwindigkeitsraum liefert die gesuchte Differentialgleichung für die zeitliche Entwicklung von $\langle Q \rangle$ (siehe zum Beispiel Mihalas und Mihalas, 1984 oder Burkert, 1986). So sind im *sphärisch symmetrischen* Fall die Momentengleichungen nullter bis dritter Ordnung gegeben durch

nulltes Moment (ρ):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) = 0 \quad (3.92a)$$

erstes Moment (u):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho \alpha) + \frac{2\rho}{r} (\alpha - \beta) + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad (3.92b)$$

zweite Momente (α, β):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\alpha) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho\alpha u) + 2\rho\alpha \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho\varepsilon) + \frac{2\rho}{r}(\varepsilon - \delta) = 0 \quad (3.92c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\beta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho\beta u) + 2\rho\beta \frac{u}{r} + \frac{\partial}{\partial r}(\rho\delta) + \frac{4\rho\delta}{r} = 0 \quad (3.92d)$$

dritte Momente (ε, δ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho\varepsilon u) + 3\rho\varepsilon \frac{\partial u}{\partial r} - 3\rho\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r} - 3\alpha^2 \frac{\partial \rho}{\partial r} - \\ - \frac{6\rho\alpha}{r}(\alpha - \beta) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho\xi) + \frac{2\rho}{r}(\xi - 3\gamma) = 0 \end{aligned} \quad (3.92e)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\delta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \rho\delta u) + \rho\delta \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2}{r}u\rho\delta - \beta \frac{\partial}{\partial r}(\rho\alpha) + \\ + \frac{\partial}{\partial r}(\rho\gamma) + \frac{2}{r}(2\rho\gamma - \rho\eta - \rho\alpha\beta + \rho\beta) = 0 \end{aligned} \quad (3.92f)$$

mit den Definitionen

$$\text{erstes Moment: } u = \langle v_r \rangle \quad (3.93a)$$

$$\text{zweite Momente: } \alpha = \langle (v_r - u)^2 \rangle = \sigma_r^2 \quad (3.93b)$$

$$\beta = \langle v_t^2 \rangle = 0.5 \langle v_g^2 + v_\varphi^2 \rangle = \sigma_g^2 + \sigma_\varphi^2 \quad (3.93c)$$

$$\text{dritte Momente: } \varepsilon = \langle (v_r - u)^3 \rangle \quad (3.93d)$$

$$\delta = \langle (v_r - u) v_t^2 \rangle \quad (3.93e)$$

$$\text{vierte Momente: } \xi = \langle (v_r - u)^4 \rangle \quad (3.93f)$$

$$\gamma = \langle (v_r - u)^2 v_t^2 \rangle \quad (3.93g)$$

$$\eta = \langle v_t^4 \rangle \quad (3.93h)$$

Im *isotropen Fall* gilt (BT87, 222)

$$\alpha = \beta = \frac{P}{\rho} = \frac{2}{3} \frac{e}{\rho} \quad (3.94a)$$

$$\varepsilon = \delta = 0. \quad (3.94b)$$

Falls f speziell durch eine *Maxwellverteilung* beschrieben werden kann, folgt außerdem

$$\xi = \eta = 3 \alpha^2 = 3 \frac{P^2}{\rho^2} = \frac{4}{3} \frac{e^2}{\rho^2} \quad (3.95a)$$

$$\gamma = \alpha \cdot \beta = \alpha^2 = \frac{P^2}{\rho^2} = \frac{4}{9} \frac{e^2}{\rho^2} \quad (3.95b)$$

Hier haben wir den *kinetischen Druck*

$$P = \frac{1}{3} \rho (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + \sigma_\phi^2) = \frac{2}{3} e \quad (3.96)$$

eingeführt, wobei e die spezifische *innere Energie* pro Volumeneinheit bezeichnet.

Obwohl die Momentengleichungen (3.92) die dynamische Entwicklung des Sternsystems exakt beschreiben, das heißt, bisher keine einschränkende Näherung gemacht wurde, können wir sie nicht exakt lösen, da in den Gleichungen n -ter Ordnung unbekannte Momente $(n+1)$ -ter Ordnung auftreten. Man macht daher die oft willkürliche Näherung, daß man die Momente höherer Ordnung vernachlässigt oder sie durch Momente niedrigerer Ordnung ausdrückt. Der einfachste Fall ist die Annahme von *lokaler Isotropie*. In diesem Fall reduziert sich das Gleichungssystem (3.92) mit Hilfe der Gleichungen (3.94 a,b) auf die hydrodynamischen *Eulergleichungen*,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) = 0 \quad , \quad (3.97a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) + \frac{\partial P}{\partial r} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad , \quad (3.97b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} e + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u e) + \frac{2}{3} \frac{e}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) = 0 \quad . \quad (3.97c)$$

Die *Energiegleichung* (3.97c) ergibt sich durch Addition der Gleichungen (3.92c) und (3.92d).

Wir können aber auch die Gleichungen (3.92c) und (3.92d) voneinander subtra-

hieren. Im isotropen Fall erhalten wir dann die Gleichung

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{u}{r} \quad (3.98)$$

mit der Lösung

$$u(r, t) = u_1(t) \cdot r. \quad (3.99)$$

Im Fall einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung schränkt sich die Lösungsmannigfaltigkeit noch weiter ein. Aus den Gleichungen (3.92c) bis (3.92f) und (3.95 a,b) folgt

$$\rho \frac{\partial \alpha^2}{\partial r} = 0, \quad (3.100a)$$

$$2 \frac{\rho \alpha^2}{r} - \rho \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r} = 0. \quad (3.100b)$$

Es gilt also:

$$\alpha = \beta = 0. \quad (3.101)$$

Das System ist dann *drucklos*.

Diese Überlegungen zeigen, daß in stoßfreien Systemen die Annahme von *vollständiger Isotropie* in der Geschwindigkeitsdispersion zu starken Einschränkungen der Dynamik führt. Es ist daher fraglich, ob die in der Literatur häufig näherungsweise verwendeten Momentengleichungen selbst im nahezu isotropen Fall zur Beschreibung stoßfreier Systeme zulässig sind. Hier können vergleichende Rechnungen zwischen N-Körpermodellen und den hydrodynamischen Modellen einen Aufschluß geben.

3.6.2 Vergleich von hydrodynamischen Rechnungen eines heftig kollabierenden Sternsystems mit N-Körperrechnungen

Es soll nun getestet werden, wie gut die *hydrodynamischen Momentengleichungen* in der sogenannten *ZHF-Näherung* (ZHF = "zero heat flux") den Kollaps eines stoßfreien Sternsystems beschreiben können.

In der ZHF-Näherung werden alle Momente dritter Ordnung vernachlässigt: $\varepsilon = \delta = 0$. In diesem Fall bilden die Differentialgleichungen (3.92a) bis (3.92d) ein geschlossenes Gleichungssystem, mit dem die Entwicklung eines stoßfreien Systems näherungsweise berechnet werden kann. Dasselbe Gleichungssystem wur-

de im erweiterten, achsialsymmetrischen Fall von Burkert (1986) und Burkert und Hensler (1987a, 1988) verwendet. In diesen Arbeiten ist auch ausführlich die *numerische Integrationsmethode* beschrieben.

Als Beispiel wählen wir hier die Anfangsbedingungen, wie bei Modell NB2. Diese N-Körperrechnung stellt mit ihrem hohen Kollapsfaktor und der anfangs konstanten Dichteverteilung einen Extremfall dar. Hiermit läßt sich gut untersuchen, wie gut die hydrodynamischen Rechnungen einen *anisotropen Halo* und einen *isotropen Kern* reproduzieren können.

Zum Vergleich der dynamischen Entwicklung des Kontinuum-Modells mit den N-Körperrechnungen zeigt Abbildung 3.30a die zeitliche Entwicklung des Virialkoeffizienten η_{vir} (gestrichelt), der gesamten Strömungsenergie E_{coll} (gepunktet), der Dispersionsenergie E_{rand} (durchgezogen) und der potentiellen Energie E_{pot} (strichpunktiert). In Abbildung 3.30b ist nochmals das Energiediagramm (Abb. 3.12) von Modell NB2 dargestellt.

Die Übereinstimmung in der Entwicklung ist sehr gut. In beiden Modellen wächst E_{coll} anfangs schneller an, als E_{rand} und erreicht nach $5 t_u$ zusammen mit den anderen Größen einen Extremwert. Zu diesem Zeitpunkt ist E_{rand} in Modell NB2 und im Kontinuumsmodell erstmals größer als E_{coll} . Auch die anschließende *Expansionsphase*, bei der E_{coll} zuerst noch groß bleibt, stimmt bei beiden Rechnungen gut überein. In Modell NB2 kommt es jedoch nicht zu dem bei dem Kontinuumsmodell sichtbaren Minimum in E_{coll} . Daß die gesamte kinetische Energie jedoch in beiden Fällen übereinstimmt, sieht man auch daran, daß E_{rand} im hydrodynamischen Modell nicht so stark abfällt, wie bei Modell NB2, da nun die E_{coll} fehlende Energie zu E_{rand} hinzugezählt wird.

In beiden Simulationen wird der Gleichgewichtszustand mit $E_{coll} < 0.1$ innerhalb von $2.5 \tau_{ff}$ bis $3 \tau_{ff}$ ($\tau_{ff} = 5.27 t_u$) erreicht, wobei auch die Gleichgewichtswerte von E_{rand} und E_{pot} in beiden Modellen gut übereinstimmen.

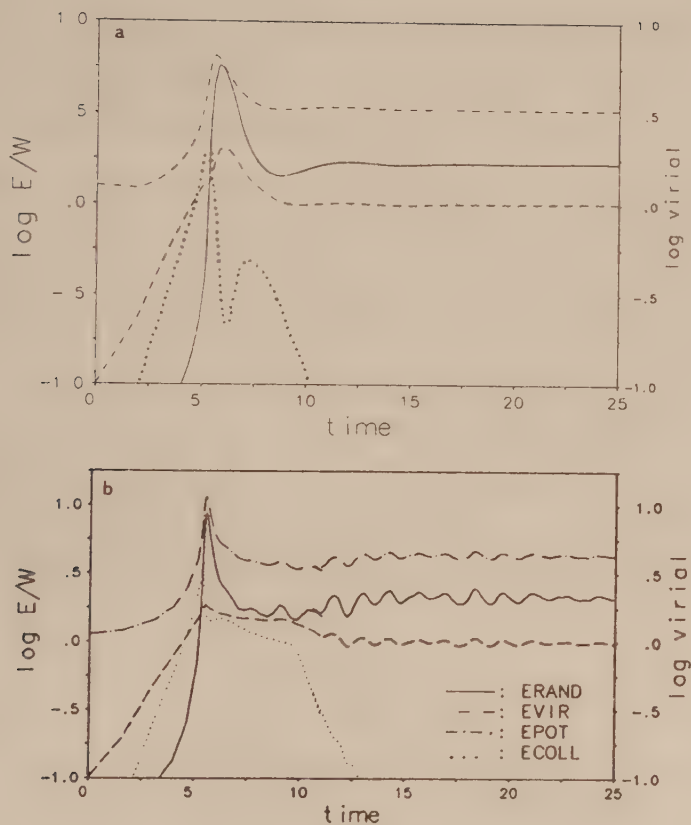


Abb. 3.30 a,b: Die zeitliche Entwicklung des im Text beschriebenen hydrodynamischen Modells (Abb. 3.30a) und des N - Körpermodells NB4 (Abb. 3.30b). Die Bezeichnung ist wie in Abb. 3.12 gewählt.

Die Abbildungen 3.31a,b zeigen die *Dichteverteilung* und die *Geschwindigkeitsdispersions - Verteilung* beider Modelle im Gleichgewicht.

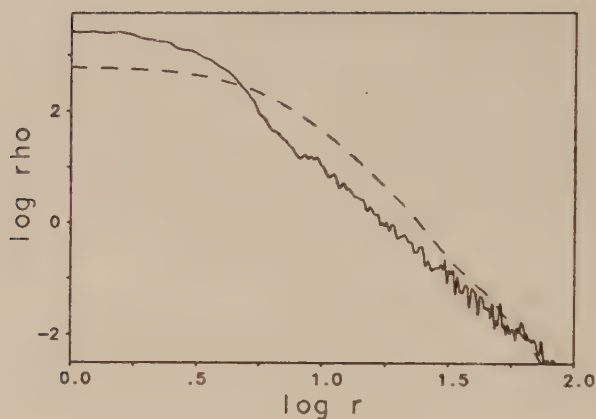


Abb. 3.31a: Die Dichteverteilung des Kontinuum - Modells (gestrichelt) und des N - Körpermodells NB2 (durchgezogen) im Gleichgewichtszustand.

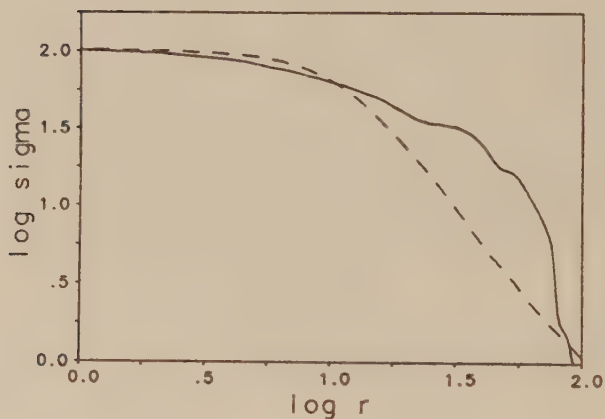


Abb. 3.31 b: Die radiale Verteilung von σ_r (durchgezogen) und σ_θ (gestrichelt) des Kontinuum - Modells im Gleichgewichtszustand.

In beiden Fällen nimmt die Dichte außen annähernd mit derselben Steigung ab und wird innen konstant. Das hydrodynamische Modell zeigt jedoch nicht den in Modell NB2 deutlich sichtbaren *entarteten Kernbereich* hoher Dichte. Umso erstaunlicher ist die relativ gute Übereinstimmung der Geschwindigkeitsdispersions - Verteilung des Kontinuum - Modells mit Modell NB2 (vergleiche Abb. 3.31b mit Abb. 3.15d). In beiden Rechnungen bildet sich ein isotroper Zentralbereich, in

Wechselwirkung und der Massenfluß über den Rand der Zelle wird vernachlässigt.

Mit diesen Rechnungen können einige wichtige Wechselwirkungsprozesse zwischen der Sternkomponente und dem Gas studiert werden, was zu einem besseren Verständnis der in § 5 diskutierten *chemodynamischen Modelle* führt.

4.1 Modell eines mehrkomponentigen, interstellaren Mediums

In den meisten bisherigen Modellen zur galaktischen Entwicklung wurde das *interstellare Medium* (kurz: ISM) durch ein System von miteinander wechselwirkenden *Gaswolken* beschrieben (Larson, 1969, 1975, 1976; Carlberg, 1984; Gott und Thuan, 1976; Burkert und Hensler, 1987a, 1988). Daß selbst die frühe Protogalaxie bereits aus einem Ensemble von Gaswolken mit Massen $M \approx 10^6 M_\odot$ und Temperaturen $T \approx 10^4 \text{ K}$ bestand, folgt bereits aus kosmologischen Modellen zur Entstehung von Protogalaxien (Norman und Silk, 1980). Man sollte eine solche Wolkenkomponente auch aufgrund der speziellen Form der *Kühlfunktion* erwarten, da die Kühlung von heißen, optisch dünnen Plasmas für $T < 10^4 \text{ K}$ ineffizient ist und die *Jeansmasse* einer Gaswolke mit $T \approx 10^4 \text{ K}$ annähernd $M_J \approx 10^6 M_\odot$ beträgt.

In den letzten 20 Jahren hat sich unsere Kenntnis über die Zusammensetzung des ISM wesentlich erweitert. So wurde zum Beispiel mit dem Röntgensatelliten *Copernicus* die Existenz eines heißen, diffusen Plasmas in unserer Galaxis nachgewiesen (Burstein et al., 1986), das später mit Hilfe des *Einstein* - Satelliten auch in fremden Galaxien entdeckt wurde (Fabian, 1985).

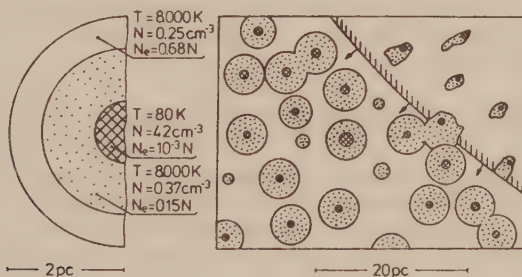


Abb. 4.1: Das Drei - Komponenten - Modell des interstellaren Mediums von McKee und Ostriker. Links ist der innere Aufbau einer Wolke gezeigt. Rechts ist die Wirkung eines Supernovaüberrestes auf die Wolken dargestellt (aus SE82, S62).

McKee und Ostriker (1977) entwickelten daraufhin ein *Drei - Phasen - Modell* des interstellaren Mediums: eine kalte, dichte Wolkenkomponente (*cloudy medium*,

kurz: CM) ist in ein diffuses heißes Zwischenwolken - Medium (Inter - cloud medium, kurz: ICM) eingebettet (Abb. 4.1). Das ICM mit Temperaturen $T \approx 10^6 \text{ K}$ und Teilchendichten $n \approx 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$ hat einen großen *Volumenfüllungsfaktor* $f_{\text{ICM}} \geq 50\% - 90\%$ (Kulkarni und Heiles, 1987; Heiles, 1987). Die Wolken des CM werden nochmals in zwei einzelne Komponenten unterteilt. Eine warme *Übergangsschicht* mit Temperaturen $T \approx 8000 \text{ K}$ und Dichten $n \approx 0.3 \text{ cm}^{-3}$ trennt den kühlen *Kern* mit Temperaturen $T \leq 100 \text{ K}$ und hohen Dichten ($n \approx 10^4 \text{ cm}^{-3} - 10^6 \text{ cm}^{-3}$) von dem umgebenden ICM.

Obwohl die Existenz einer warmen und heißen, nicht Sterne bildenden Gasphase bereits seit langem bekannt ist, wurde sie in den dynamischen Rechnungen zur galaktischen Entwicklung bisher nicht berücksichtigt. Dies läßt sich zum Teil dadurch erklären, daß in den bisherigen Rechnungen generell energetische Heizungs- und Kühlungsprozesse im ISM, aufgrund ihrer großen Komplexität nicht einbezogen wurden. Außerdem wurde angenommen (Carlberg, 1984), daß sich alle Gasphasen dynamisch ähnlich entwickeln. Damit wäre, nach Carlberg, die berücksichtigte Wolkenkomponente repräsentativ für alle anderen Gasphasen. Wie die chemodynamischen Rechnungen in §5 zeigen werden, ist dies nicht der Fall. So kann zum Beispiel das ICM aus der Galaxie in Form eines *galaktischen Windes* entweichen, während die Wolken gleichzeitig einfallen. Wie außerdem in diesem Kapitel gezeigt wird, hängt die *Entwicklungszeitskala*, die zeitliche Variation der Sternentstehungsrate und auch die chemische Entwicklung von Galaxien stark von der Existenz und der physikalischen Eigenschaft des ICM ab. Die nicht Sterne bildende warme und heiße Gasphase darf also nicht vernachlässigt werden.

Aufbauend auf dem *Drei - Phasen - Modell* von Mc Kee und Ostriker (1977) wurde daher ein *Mehr - Komponenten - Modell* des ISM entwickelt, das im folgenden beschrieben werden soll.

4.1.1 Physikalische Eigenschaften des Mehr - Komponenten - Modells

Wir zerlegen das ISM in zwei *dynamisch* getrennte Gaskomponenten. *Kühle, dichte Wolken* mit mittleren Temperaturen $T_{\text{CM}} \leq 10^4 \text{ K}$ mögen sich als stoßdominierte Teilchen in einem *heißen, diffusen Zwischenwolken - Medium* mit Temperaturen $T_{\text{ICM}} \geq 10^4 \text{ K}$ bewegen. Die Wolken sind in *kalte, dichte Kerne* mit Temperaturen $T \leq 100 \text{ K}$ und in eine *warme Hülle* mit Temperaturen $T \geq 100 \text{ K}$ aufgeteilt. *Sternentstehung* findet nur in den Kernen statt. In Tabelle 4.1 sind die wichtigsten Parameter und physikalischen Eigenschaften des CM und ICM zusammengefaßt.

Tabelle 4.1 Parameter und physikalische Eigenschaften des ISM - Modells

Parameter	CM	ICM
Gasdichte	ρ_{CM}	ρ_{ICM}
mittlere Temperatur	T_{CM}	T_{ICM}
innere thermische Energie	e_{CM}^{th}	e_{ICM}
kinetische Dispersions- energie	e_{CM}^{kin}	—
mittlere Geschwindigkeit	u_{CM}	u_{ICM}
Massendichte an Metallen	ρ_{CM}^Z	ρ_{ICM}^Z
Metallizität	$Z_{CM} = \frac{\rho_{CM}^Z}{\rho_{CM}}$	$Z_{ICM} = \frac{\rho_{ICM}^Z}{\rho_{ICM}}$
mittlere Masse der schweren Elemente	$m_Z = 15 m_H$	$m_Z = 15 m_H$
Adiabatenindex	$\gamma_{CM} = 1.5$	$\gamma_{ICM} = 5/3$
mittlere Ionisationsrate	$f_Z^{CM} = 0$ $f_H^{CM} = -0.33$	$f_Z^{ICM} = 4$ $f_H^{ICM} = 1$
mittleres Molekulargewicht	$\mu_{CM} = 1.5 + 13.5 Z_{CM}$	$\mu_{ICM} = 0.5 + 2.5 Z_{ICM}$
Volumenfüllungsfaktor	f_{CM}	f_{ICM}

Die spezifischen Energien e_{CM}^{th} , e_{CM}^{kin} , e_{ICM} sind pro Volumeneinheit definiert. Die mittlere Ionisationsrate f_H und f_Z beschreibt die mittlere Zahl von freien Elektronen ($1+f$) pro Wasserstoff- beziehungsweise Metallatom (He wird zu den Metallen gezählt). Ein negatives f_H bedeutet, daß der Wasserstoff teilweise in molekularer Form vorliegt.

Die innere, thermische Energie e_{ICM} und e_{CM}^{th} und der Druck P_{CM} , beziehungsweise P_{ICM} ist mit der Temperatur über die Zustandsgleichung

$$e = \frac{P}{(\gamma - 1)} = \frac{\rho R_g T}{(\gamma - 1) \mu} \quad (4.1)$$

gekoppelt. R_g bezeichnet die Gaskonstante.

Die mittleren Molekulargewichte gelten für solare Metallizitätsverhältnisse (Anders und Ebihara, 1982). Der Volumenfüllungsfaktor f gibt den Bruchteil des von der jeweiligen Komponente besetzten Raumes an. Da wir auf den hier betrachteten Längen- und Zeitskalen in guter Näherung Druckgleichgewicht ($P_{ICM} = P_{CM}$) zwischen dem ICM und dem CM annehmen können, gilt nach Gleichung (4.1)

$$f_{ICM} = 1 - f_{CM} = \frac{e_{ICM} (\gamma_{ICM} - 1)}{e_{ICM} (\gamma_{ICM} - 1) + e_{CM}^{th} (\gamma_{CM} - 1)} \quad (4.2)$$

Man beachte, daß das CM durch zwei verschiedene Energieformen gekennzeichnet wird. e_{CM}^{kin} ist durch die Gleichung (3.96) definiert und beschreibt die kinetische Energie des gesamten Wolkensystems, wobei jede einzelne Wolke als ein strukturloses Teilchen betrachtet wird. Die innere Energie e_{CM}^{th} beschreibt, über die Gleichung (4.1), die mittlere Temperatur der Wolken. Während e_{CM}^{kin} einen Einfluß auf die Dynamik des Wolkensystems hat und im isotropen Fall durch Gleichung (3.97c) beschrieben wird, bestimmt e_{CM}^{th} die Größe der kalten Wolkenkerne und damit die Sternentstehungsrate (star formation rate, kurz: SFR).

Der Massenbruchteil η_{sf} der kühlen, Sterne bildenden Gasphase von Molekülwolken ist eine komplexe und nicht unbedingt eindeutige Funktion der inneren Energie e_{CM}^{th} , beziehungsweise der mittleren Temperatur T_{CM} . Generell läßt sich nur abschätzen, daß für $T_{CM} \approx 10^4 K$ der Bruchteil der warmen Gasphase hoch ist ($\eta_{sf} \approx 0$), während andererseits ein Großteil der Wolkenkomponente in Form von kühlen Kernen vorliegt, wenn $T_{CM} \approx 100 K$ ist. Der Einfachheit halber nehmen wir hier eine lineare Abhängigkeit von η_{sf} mit T_{CM} an,

$$\eta_{sf} = \begin{cases} \frac{10^4 - T_{CM}}{99 T_{CM}} & \text{für } 100 K \leq T_{CM} \leq 10^4 K \\ 1 & \text{für } T_{CM} \leq 100 K \end{cases} \quad (4.3)$$

Die mittlere Massendichte ρ_{sf} der Sterne bildenden Wolkenphase ergibt sich dann zu

$$\rho_{sf} = \eta_{sf} \cdot \rho_{CM} \quad (4.4)$$

Man beachte, daß ρ_{CM} und ρ_{ICM} die über eine Gitterzelle gemittelte Massendichte des CM, beziehungsweise des ICM bezeichnet. Die *tatsächliche mittlere Massendichte* in den Wolken und im ICM ist größer und wird $\hat{\rho}_{CM}$ beziehungsweise $\hat{\rho}_{ICM}$ genannt. Es gilt

$$\hat{\rho}_{CM} = \rho_{CM} / f_{CM} \quad , \quad (4.5a)$$

$$\hat{\rho}_{ICM} = \rho_{ICM} / f_{ICM} \quad . \quad (4.5b)$$

Im folgenden verstehen wir generell alle physikalischen Größen q , die nicht über die gesamte Zelle gemittelt sind, sondern die sich auf die tatsächlichen Mittelwerte im Gas beziehen mit einem $\hat{\cdot}$. $\hat{q}$ ergibt sich aus dem über die gesamte Zelle gemittelten q durch $\hat{q} = q / f$, wobei f der Volumenfüllungsfaktor der jeweiligen Gasphase ist.

4.1.2 Energiedissipation durch Wolken - Wolken - Stöße

Die Abschätzung der *Dissipationszeitskala* τ_{diss} der Wolkenkomponente von Protogalaxien hat gezeigt (§ 3.2), daß diese Komponente durch Wolken - Wolkenstöße ihre innere Energie auf Zeitskalen dissipieren kann, die kleiner als die dynamische Zeitskala von Protogalaxien sind. In diesem Fall kommt es unter Umständen zu einem protogalaktischen Kollaps. Wolken - Wolken - Stöße spielen also in der galaktischen Entwicklung eine wichtige Rolle.

Nach Larson (1969) und Scalo und Pumphrey (1982) nehmen wir an, daß die Wolken mit einem *Wirkungsquerschnitt*

$$\sigma = \sigma_{eff} \pi r_w^2 \quad (4.6)$$

inelastisch stoßen mögen. σ_{eff} ist ein *Effizienzparameter*, der nach Scalo und Pumphrey (1982) zu $\sigma_{eff} \approx 0.2$ abgeschätzt werden kann. r_w ist der *mittlere Wolkenradius*, der nach Larson (1969) durch die Dichte $\hat{\rho}_{CM}$ und die Temperatur T_{CM} bestimmt ist, wenn wir annehmen, daß die Wolken näherungsweise *Jeansmassen* M_J besitzen. In diesem Fall gilt

$$m_w = M_J = \left(\frac{3}{4 \pi \hat{\rho}_{CM}} \right)^{0.5} \left(\frac{R_g T_{CM}}{0.2 G \mu_{CM} m_H} \right)^{1.5} \quad , \quad (4.7a)$$

$$r_w = \left(\frac{3 m_w}{4 \pi \hat{\rho}_{CM}} \right)^{1/3} \quad . \quad (4.7b)$$

Nach Larson (1969) ist die *Dissipationsrate* durch

$$\left(\frac{\partial \alpha_{CM}}{\partial t}\right)_{diss} = -\frac{8}{3\sqrt{\pi}} n_{CM} \sigma \alpha_{CM}^{1.5} \quad (4.8a)$$

gegeben, wobei mit

$$\alpha_{CM} = \frac{2}{3} \frac{e_{CM}^{kin}}{\rho_{CM}} \quad (4.8b)$$

das Quadrat der isotropen, eindimensionalen *Geschwindigkeitsdispersion* der Wolkenkomponente bezeichnet wird (siehe Gl. 3.93b) und

$$n_{CM} = \frac{\rho_{CM}}{m_w} \quad (4.8c)$$

die *Anzahldichte* der Wolken bedeutet.

n_{CM} aus Gleichung (4.8c) und $\hat{\rho}_{CM} = \rho_{CM}/f_{CM}$ aus Gleichung (4.7a) wird in Gleichung (4.8a) eingesetzt. Mit der Gleichung (4.2) für f_{CM} folgt dann die *Dissipationsrate* durch Wolken - Wolken - Stöße:

$$\left(\frac{d e_{CM}^{kin}}{d t}\right)_{diss} = \quad (4.9)$$

$$- 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{1.5} \cdot \sigma_{eff} \left(\frac{0.6 G}{e_{CM}^{th} (\gamma_{CM} - 1) + e_{ICM} (\gamma_{ICM} - 1)}\right)^{0.5} \cdot \rho_{CM}^{0.5} (e_{CM}^{kin})^{1.5}.$$

In Gleichung (4.9) wurde angenommen, daß sich ρ_{CM} und f_{CM} durch Wolkenstöße nicht ändern ,

$$\left(\frac{\partial \rho_{CM}}{\partial t}\right)_{diss} = \left(\frac{\partial f_{CM}}{\partial t}\right)_{diss} = 0.$$

Die mit Gleichung (4.9) dissipierte *kinetische Energie* wird in *innere Energie* der Wolken umgewandelt und dann durch *Kühlung* (§ 4.1.3) abgestrahlt:

$$\left(\frac{\partial e_{CM}^{th}}{\partial t}\right)_{diss} = - \left(\frac{\partial e_{CM}^{kin}}{\partial t}\right)_{diss} \quad (4.10)$$

Man beachte, daß die Dissipationsrate nach Gleichung (4.9) nicht nur von e_{CM}^{kin} und ρ_{CM} , sondern auch von dem Volumenfüllungsfaktor und damit von e_{CM}^{th}

und e_{ICM} abhängt. Während Larson (1969, 1975) einen konstanten Volumenfüllungsfaktor $f_{CM} = 0.1$ und eine konstante, mittlere Temperatur der Wolken T_{CM} annahm, ergeben sich hier f_{CM} und T_{CM} konsistent aus der Entwicklung des ISM. So kann zum Beispiel ein Sternentstehungsausbruch (starburst) das ICM stark aufheizen. Es gilt dann: $e_{ICM} \gg e_{CM}^{th}$. Dadurch wird der Volumenfüllungsfaktor f_{CM} nach Gleichung (4.2) kleiner, die Dissipationsrate sinkt nach Gleichung (4.9) und die Dissipationszeitskala wird länger. Die Wolkenkomponente muß durch den Ausbruch nicht unbedingt geheizt werden. Sie kann unter Umständen sogar noch besser kühlen (siehe § 4.1.3.2).

4.1.3 Die Kühlung des interstellaren Mediums

Die Existenz eines Mehr-Phasen-ISM ist eng mit der Heizung und Kühlung des ISM gekoppelt. Die Heizrate durch die Sternkomponente wird in § 4.2 diskutiert werden. Die Kühlung kann nach Hensler (1988) durch eine Kühlfunktion Λ beschrieben werden, die die allgemeine Form

$$\Lambda(T, Z, n_i, n_j) = \Lambda_0(Z) T^{m(Z)} \hat{n}_i \hat{n}_j \text{ erg cm}^{-3} \text{ sec}^{-1} \quad (4.11)$$

hat, wobei $\hat{n}_i$ und $\hat{n}_j$ die Anzahldichten der für die Kühlung verantwortlichen Teilchen in $[cm^{-3}]$ bezeichnen und $\Lambda_0(Z)$ und $m(Z)$ zwei Funktionen der Metallizität Z sind.

4.1.3.1 Die Kühlung der Wolkenkomponente

Die Kühlung Λ_{CM} des CM im Temperaturbereich von $T_{CM} = 100 \text{ K}$ bis 10^4 K bestimmt nach Gleichung (4.3) die Größe der dichten, Sterne bildenden Kerngebiete. Wir berücksichtigen in diesem Temperaturbereich die Kühlung durch frei-gebunden Übergänge, die von Dalgarno und McCray (1972) untersucht wurde und nach Hensler (1988) durch

$$\Lambda_{CM}^{fg} = 4 \cdot 10^{-28} T_{CM}^{0.5} \hat{n}_{H,CM}^2 \quad (4.12)$$

beschrieben werden kann.

Die Wasserstoffdichte $\hat{n}_{H,CM}$ läßt sich mit

$$\hat{n}_{H,CM} = (1 - Z_{CM}) \frac{\rho_{CM}}{f_{CM} \mu_{CM} m_H} \quad (4.13)$$

berechnen.

4.1.3.2 Sternentstehung, induziert durch Supernovaexplosionen

Die Kühlung des CM und damit die Sternentstehung ist über f_{CM} eng mit dem energetischen Zustand der heißen Gasphase gekoppelt. Nehmen wir dazu an, daß das ICM durch Supernovae stark aufgeheizt werde. Nach Gleichung 4.2 wird dann f_{ICM} groß und f_{CM} wird klein. Damit steigt aber nach Gleichung (4.13) die Wasserstoffdichte in den Wolken an. Die Kühlung ist nun nach Gleichung (4.12) effizienter, T_{CM} sinkt und der Massenanteil ρ_{sf} der Sterne bildenden Wolkenkerne nimmt zu. Falls die Sternentstehungsrate positiv mit ρ_{sf} korreliert ist, können also Supernovaexplosionen zu einer Erhöhung der Sternentstehungsrate führen.

4.1.3.3 Die Kühlung der heißen Gasphase

Die metallizitätsabhängige Kühlfunktion Λ_{ICM} des ICM durch *Rekombination und Linienübergänge* kann nach Böhringer und Hensler (1989) und Hensler (1988) für $10^4 K \leq T_{ICM} \leq 10^5 K$ durch

$$\Lambda_0^{ICM} = 10^{(-22.1 - 4 m(Z_{ICM}))}, \quad (4.14a)$$

$$m(Z) = 30 Z, \quad (4.14b)$$

$$\hat{n}_i = \hat{n}_j = \hat{n}_{H, ICM}, \quad (4.14c)$$

und für $T_{ICM} \geq 10^5 K$ durch

$$\Lambda_0^{ICM} = 10^{(-22.0 - 5 m(Z_{ICM}) + 7 \sqrt{Z_{ICM}})}, \quad (4.14d)$$

$$m(Z) = \frac{2.5 + 7 \sqrt{Z_{ICM}}}{5 - \log(1.48 \cdot 10^{11} \cdot Z_{ICM}^{1.1} + 10^6)}, \quad (4.14e)$$

$$\hat{n}_i = \hat{n}_j = \hat{n}_{H, ICM}, \quad (4.14f)$$

approximiert werden. $\hat{n}_{H, ICM}$ ergibt sich in Analogie zu $\hat{n}_{H, CM}$ (Gl.4.13).

Zusätzlich zu dieser Kühlung wird nicht-relativistische *Bremsstrahlungs - Kühlung* Λ_{br}^{ICM} berücksichtigt (Spitzer, 1978; Hensler, 1988),

$$\Lambda_{br}^{ICM} = 1.4 \cdot 10^{-27} (f_Z^{ICM})^2 \hat{n}_e \hat{n}_j T_{ICM}^{0.5} \langle g_{ff} \rangle, \quad (4.15)$$

wobei $\langle g_{ff} \rangle$ der mittlere Gauntfaktor ist, der durch $\langle g_{ff} \rangle \approx 1.35$ approximiert wird.

Die in Gleichung (4.15) auftretende Ionen - Teilchendichte $\hat{n}_i$ und die Elektronendichte $\hat{n}_e$ kann aus $\hat{\rho}_{ICM}$ und Z_{ICM} berechnet werden (siehe Tabelle 4.1),

$$\hat{n}_i = (1 - Z_{ICM}) \left(\frac{\hat{\rho}_{ICM}}{m_H} \right) + Z_{ICM} \frac{\hat{\rho}_{ICM}}{m_z} \quad , \quad (4.16)$$

$$\hat{n}_e = (1 - Z_{ICM}) \left(\frac{\hat{\rho}_{ICM}}{m_H} \right) + (f_z^{ICM}) Z_{ICM} \frac{\hat{\rho}_{ICM}}{m_z} \quad . \quad (4.17)$$

Neben diesen Kühlfunktionen wird außerdem *Nicht - Gleichgewichts - Kühlung* in Schockfronten berücksichtigt (siehe § 4.3.2.2).

4.2 Die Sternkomponente

Die Sterne können in erster Näherung in drei verschiedene Komponenten eingeteilt werden: massereiche Sterne (**h**igh **m**ass **s**tars, kurz: HMS), massearme Sterne (**l**ow **m**ass **s**tars, kurz: LMS) und Überreste von Sternen (**r**emnants, kurz: REM).

4.2.1 Massereiche Sterne

Wir definieren *massereiche Sterne* als Sterne mit Nullalter - Hauptreihenmassen $m \geq 10 M_\odot$.

4.2.1.1 Die Hauptreihenentwicklung

Die HMS verlieren während des zentralen H - Brennens einen Teil ihrer Masse in Form von durch Strahlungsdruck getriebenen *stellaren Winden* (siehe zum Beispiel Kudritzki, 1988). Ihre *Hauptreihen - Lebensdauer* τ_{HMS} , sowie ihr *Masse - Leuchtkraft - Verhältnis* wurde aus Sternentwicklungsrechnungen unter Berücksichtigung von stellarem Massenverlust von Chiosi (1978), Maeder (1987) und Pastetter (1987) abgeleitet. Aus diesen numerischen Rechnungen ergeben sich die folgenden Näherungsformeln für solare Metallizität:

$$\tau_{HMS} (m) = 5 \cdot 10^7 \left(\frac{m}{M_\odot} \right)^{-0.6} \text{ Jahre} \quad , \quad (4.18)$$

$$\log \left(\frac{L}{L_\odot} \right) = 1.39 + 2.42 \log \left(\frac{M}{M_\odot} \right). \quad (4.19)$$

L bezeichnet die *Leuchtkraft* des Sterns, m seine Nullalter - Hauptreihenmasse und M die tatsächliche Masse des Sterns mit einem bestimmten Alter t , die aufgrund

von Sternwinden kleiner als m sein kann. Speziell gilt: $M(t=0) = m$.

Zur Berechnung des *mittleren Massenverlustes* $(dM/dt)_{sw}$ eines HMS durch Sternwind setzen wir in die von Kudritzki et al. (1987) angegebene, metallizitätsabhängige Massenverlustrate

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{sw} = -10^{-15} \left(\frac{Z_{HMS}}{Z_{\odot}}\right)^{0.5} \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{1.6} \frac{M_{\odot}}{yr} \quad (4.20)$$

die Masse-Leuchtkraftbeziehung (4.19) ein. Z_{HMS} ist die Metallizität des Sterns. Es folgt dann mit $Z_{\odot} = 0.02$

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{sw} = -1.2 \cdot 10^{-12} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{3.87} Z_{HMS}^{0.5} \frac{M_{\odot}}{yr} \quad (4.21)$$

Der *gesamte stellare Massenverlust* auf der Hauptreihe ΔM_{sw} ergibt sich durch Integration der Differentialgleichung (4.21) über ein Zeitintervall τ_{HMS} , wobei Z_{HMS} als zeitlich konstant angenommen wird:

$$\Delta M_{sw}(m) = \left\{ \left(\frac{m}{M_{\odot}}\right) - \frac{\left(m/M_{\odot}\right)}{\left(1 + 1.722 \cdot 10^{-4} \left(\frac{m}{M_{\odot}}\right)^{2.27} Z_{HMS}^{0.5}\right)^{0.348}} \right\} M_{\odot} \quad (4.22)$$

Wir können schließlich noch die *mittlere Massenverlustrate* $\langle \Delta M / \Delta t \rangle_{sw}$ berechnen:

$$\langle \Delta M / \Delta t \rangle_{sw} = - \frac{\Delta M_{sw}}{\tau_{HMS}} \quad (4.23)$$

Abb. 4.2 a,b zeigt den gesamten Massenverlust ΔM_{sw} nach Gleichung (4.22), sowie die mittlere Massenverlustrate $\langle \Delta M / \Delta t \rangle_{sw}$ nach Gleichung (4.23) von massereichen Sternen während der HR-Lebensdauer. Der Massenverlust ist bei $m \approx 10 M_{\odot}$ vernachlässigbar gering. Er beträgt aber bei $m \approx 100 M_{\odot}$ und $Z_{HMS} = 0.02$ annähernd 50%.

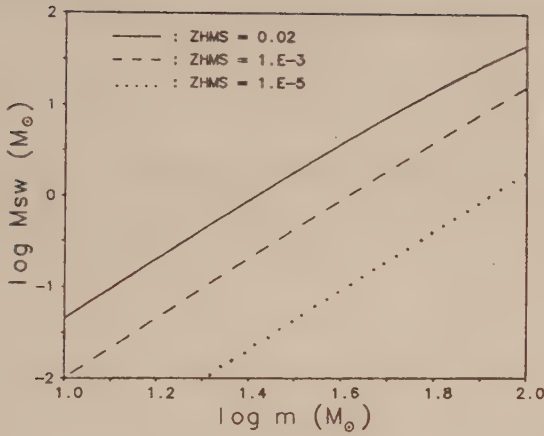


Abb. 4.2a: Der gesamte Massenverlust M_{sw} von massereichen Sternen auf der Hauptreihe durch Sternwinde für unterschiedliche Metallizitäten Z_{HMS}

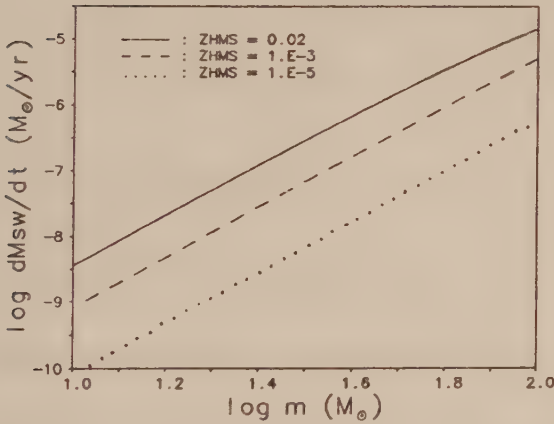


Abb. 4.2b: Die mittlere Massenverlustrate der massereichen Sterne auf der Hauptreihe durch Sternwinde.

Wir betrachten hier die durch den Sternwind ausgeschleuderte Materie als nicht zusätzlich mit Metallen angereichert. Der Sternwind ist daher nicht für die chemische Entwicklung von Galaxien wichtig, er ist aber von großer Bedeutung aufgrund seiner *energetischen Wechselwirkung* mit dem ISM. Nach Kudritzki et al. (1987) werden Wind- Endgeschwindigkeiten von

$$v_{\infty} \approx 4000 \text{ km/s} \quad (4.24)$$

erreicht. Falls die gesamte kinetische Energie thermalisiert und an das ISM abgegeben wird erhalten wir eine *Heizr*ate durch stellare Winde von

$$\left\langle \frac{dE_{sw}}{dt} \right\rangle = 0.5 \left\langle \Delta M / \Delta t \right\rangle_{sw} v_{\infty}^2 \quad (4.25)$$

Abb. 4.3 zeigt die gesamte durch Sternwinde an das ISM abgegebene Energie ΔE_{sw} für verschiedene Z_{HMS} :

$$\Delta E_{sw} = \left(\left\langle \frac{dE_{sw}}{dt} \right\rangle \cdot \tau_{HMS} \right)$$

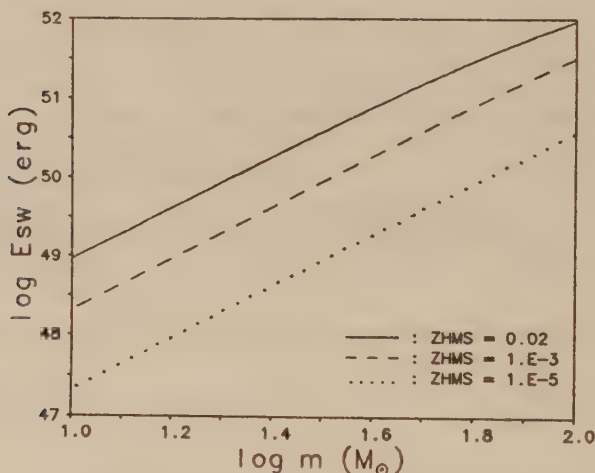


Abb. 4.3 : Die gesamte durch Sternwinde an das ISM abgegebene Energie von massereichen Sternen für verschiedene Metallizitäten.

Sehr massereiche Sterne ($m \geq 50 M_{\odot}$) können nach Abb. 4.3 im Laufe ihrer HR-Entwicklung mehr als $10^{51} erg$ an das ISM abgeben.

Neben den stellaren Winden können OB-Sterne das ISM auch noch durch *Lyman-Kontinuums-Photonen* heizen. Dieser Energiebeitrag ist wichtig zur Ionisation von Molekülwolken und wird in § 4.3.4 diskutiert.

4.2.1.2 Die Nach - Hauptreihen - Entwicklung

Da die Nach - Hauptreihen - Entwicklungszeit massereicher Sterne in der Größenordnung eines numerischen Zeitschritts ($\Delta t \approx 10^5 \text{ Jahre}$) liegt, können wir hier annehmen, daß die HMS sofort nach ihrer HR - Phase zu Supernovae vom Typ II werden. Von besonderer Bedeutung für die *chemische* Entwicklung ist nun die Gesamtmasse $\Delta m'_{SN}$ der an das ISM abgegebenen Metalle. Diese Masse hängt im wesentlichen von der Restmasse m_{rem} des entstandenen Neutronensterns oder schwarzen Lochs ab und von der Gesamtmasse m_z des metallreichen Kerns. Aus Maeder (1987) läßt sich die Näherungsformel

$$m_z = (0.357 m - 2.2) M_{\odot} \quad (4.26)$$

für die metallreiche Kernmasse eines HMS mit Nullalter - Hauptreihenmasse m herleiten.

Mit $m_{rem} \approx 2 M_{\odot}$ bis $3 M_{\odot}$ ergibt sich die Masse der während der Supernovaexplosion ausgeschleuderten, unprozessierten Materie ΔM_{SN}^H und die Masse der ausgeschleuderten, im Stern neu synthetisierten Metalle ΔM_{SN}^Z zu

$$\Delta M_{SN}^H = (m - \Delta M_{SW} - \Delta M_{SN}^Z - m_{rem}) M_{\odot} \quad , \quad (4.27)$$

$$\Delta M_{SN}^Z = (m_z - m_{rem}) M_{\odot} \quad . \quad (4.28)$$

Die in einer Supernovaexplosion freigesetzte Energie E_{SN} sei unabhängig von m und Z_{HMS} :

$$E_{SN} = 10^{51} \text{ erg} \quad . \quad (4.29)$$

4.2.2 Massearme Sterne

Als *massearm* bezeichnen wir Sterne mit Massen $m < 10 M_{\odot}$. Ihre Hauptreihen - Lebensdauer läßt sich mit Iben (1967) abschätzen:

$$\tau_{LMS}(m) = 8 \cdot 10^9 \left(\frac{m}{M_{\odot}} \right)^{-2.8} \text{ Jahre} \quad . \quad (4.30)$$

Diese Sterne haben während ihrer Hauptreihenphase kaum einen Massenverlust und tragen nur unwesentlich zur Heizung des ISM bei (Van Buren, 1985). Wir nehmen daher an, daß sie erst nach der HR - Lebensdauer τ_{LMS} einen Bruchteil ihrer Masse in Form eines *planetarischen Nebels* (Index: PN) an das ISM zurückgeben und dann als *Weißer Zwerg* mit einer Masse von $m_{WD} = 0.6 M_{\odot}$ enden.

Das ausgestoßene Gas sei nicht zusätzlich mit neu synthetisierten Metallen angereichert und habe eine mittlere Temperatur von $T_{PN} \approx 10^4$ K. Mit Gleichung (4.1) läßt sich dann die insgesamt freigesetzte Energie berechnen zu

$$E_{PN}(m) = \frac{1}{(\gamma_{ICM} - 1)} \frac{R_g \cdot T_{PN}}{\mu_{ICM}} \Delta M_{PN} \quad , \quad (4.31)$$

wobei ΔM_{PN} die Gesamtmasse des planetarischen Nebels bezeichnet, die durch

$$\Delta M_{PN}(m) = \begin{cases} m - m_{WD} & \text{für } m \geq 0.6 M_{\odot} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.32)$$

gegeben ist.

Wir werden hier keine *Supernovae* vom *Typ I* berücksichtigen. Nach der Theorie (Woosley und Weaver, 1986) entstehen diese Objekte durch explosives C-Brennen von akkretierenden Weißen Zwergen in engen Doppelsternsystemen. Ein Großteil der ausgestoßenen Materie ist mit Metallen, vor allem mit Fe, angereichert und trägt damit zur chemischen Entwicklung von Galaxien bei. Bis heute ist allerdings nicht bekannt, welcher Bruchteil der Sterne mit mittleren Massen $1 M_{\odot} \leq m \leq 10 M_{\odot}$ zur Supernova Typ I wird. Die Supernova-Typ I-Rate ist daher im wesentlichen ein freier Parameter und soll hier erst einmal vernachlässigt werden.

4.2.3 Überreste von Sternen

Objekte mit Massen $m \leq 0.1 M_{\odot}$ (braune Zwerge) und Überreste von Sternen (Weiße Zwerge, Neutronensterne, Schwarze Löcher) tragen nicht mehr aktiv zur Entwicklung von Galaxien bei. Sie können aber, wenn sie einen großen Massenbruchteil der Galaxie besitzen, wesentlich das Potential bestimmen und werden daher hier als eine dynamisch eigene Gruppe berücksichtigt.

4.2.4 Die Massenfunktion der Sterne

Um die gesamte, von den Sternen an das ISM abgegebene Energie und Materie berechnen zu können, müssen wir die *Anzahldichte* der sich in der Gitterzelle bei r zur Zeit t befindenden Sterne mit Alter τ und Nullalter-Hauptreihen-Masse m kennen. Diese Funktion bezeichnen wir als die *Massenfunktion* $\Omega(r, t, m, \tau)$ der Sternkomponente. Man beachte, daß die tatsächliche Masse $M(m, \tau)$ eines Sterns mit Alter $\tau > 0$ aufgrund von Massenverlust kleiner als m sein kann.

Bei der Berechnung von Ω spielt die Anfangsmassenverteilung (Initial mass function, kurz: IMF) φ_{IMF} der neu entstandenen Sterne eine wesentliche Rolle.

Die IMF ist jedoch nur für den heutigen Entwicklungszustand unserer Galaxie näherungsweise bekannt (Salpeter, 1955; Miller und Scalo, 1979). Wir werden hier eine *zeitlich konstante IMF* annehmen, die nicht von der Metallizität, dem Alter der Galaxie oder dem Ort abhängt:

$$\varphi_{IMF} = \varphi_{IMF}(m). \quad (4.33)$$

Alle in der Galaxie neu entstehenden Sternhaufen haben dann dieselbe IMF. Falls außerdem die kinematischen Eigenschaften der Sterne bei ihrer Entstehung nicht von der Sternmasse m abhängen und die dynamische Entwicklung des Sternsystems von m abhängt, ist die Anfangsmassen-Verteilung des Sterne zu jedem Zeitpunkt t an jedem Ort r der Galaxie durch φ_{IMF} gegeben.

Daß die dynamische Entwicklung des Sternsystems von m unabhängig ist, folgt aus der speziellen Eigenschaft der unvollständigen Relaxation (siehe §3.5), die zu keiner *Massentrennung* führt.

Unter dieser Voraussetzung läßt sich die Massenfunktion Ω folgendermaßen separieren:

$$\Omega(r, t, m, \tau) = \varphi_{IMF}(m) \cdot \Omega_1(r, t, \tau). \quad (4.34)$$

Ω_1 beschreibt die Zahl der Sterne mit Alter τ am Ort r zur Zeit t .

Im folgenden wollen wir mit Ω nur die Anzahldicke derjenigen Sterne bezeichnen, die für die Wechselwirkung mit dem ISM von Bedeutung sind. Überreste von Sternen und braune Zwerge werden als eine getrennte Gruppe behandelt, deren Massenfunktion unwichtig ist. Ω soll also für $\tau > \tau_*(m)$ Null sein, wobei τ_* die *Lebensdauer* eines Sterns der Nullalter-Hauptreihenmasse m darstellt:

$$\tau_*(m) = \begin{cases} \tau_{HMS}(m) & \text{für } m \geq 10 M_{\odot} \\ \tau_{LMS}(m) & \text{für } m < 10 M_{\odot}. \end{cases} \quad (4.35)$$

Die HR-Lebensdauer τ_{HMS} und τ_{LMS} ist durch Gleichung (4.18), beziehungsweise durch Gleichung (4.30) gegeben.

Falls die Sternentstehung außerdem erstmals zur Zeit $t = 0$ einsetzte, kann es keine Sterne mit Alter $\tau > t$ geben. Wir können Ω_1 also schreiben als:

$$\Omega_1(r, t, \tau) = \Omega^*(r, t, \tau) \cdot \Theta(\tau_*(m) - \tau) \cdot \Theta(t - \tau) \quad (4.36)$$

mit der *Stufenfunktion* $\Theta(x)$:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.37)$$

Die genaue Form von Ω^* am Ort r zur Zeit t ist durch die zeitliche Entwicklung der Sternentstehungsrate und durch die dynamische Entwicklung des Sternsystems bestimmt. Die funktionale Abhängigkeit von τ kann in diskretisierter Form durch eine Anzahl von Stützstellen $\Omega_j^*(r, t)$ beschrieben werden, die die Zahl der Sterne am Ort r zur Zeit t mit Alter $\tau_j \pm \Delta\tau_j$ angeben. Mit zunehmender Zahl der Stützstellen steigt auch der numerischen Aufwand erheblich an. Da wir uns hier nicht für eine detaillierte Entwicklung einzelner Sternpopulationen interessieren, sondern hauptsächlich an der energetische Wechselwirkung zwischen der gesamten Stern- und Gaskomponente interessiert sind, beschränken wir uns auf zwei Stützstellen,

$$\Omega^*(r, t, \tau) = \begin{cases} \Omega_0(r, t) & \text{für } \tau < \tau_*(m=10M_\odot) \\ \Omega_1(r, t) & \text{für } \tau > \tau_*(m=10M_\odot) \end{cases} \quad (4.38)$$

Zusammenfassend läßt sich die *Massenfunktion* der Sternkomponente also schreiben als:

$$\begin{aligned} \Omega(r, t, m, \tau) = & \left\{ \Omega_0(r, t) \cdot \Theta(\tau_*(10) - \tau) + \Omega_1(r, t) \cdot \Theta(\tau - \tau_*(10)) \right\} \cdot \\ & \cdot \varphi_{IMF}(m) \cdot \Theta(\tau_*(m) - \tau) \cdot \Theta(t - \tau). \end{aligned} \quad (4.39)$$

Mit Ω können nun die für die Wechselwirkung der Sternkomponente mit dem ISM wichtigen Größen berechnet werden. So erhalten wir durch Integration die

Massendichte der HMS am Ort r zur Zeit t ,

$$\rho_{HMS}(r, t) = \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{m=10}^{100} m \Omega \, dm \, d\tau, \quad (4.40)$$

Massendichte der LMS,

$$\rho_{LMS}(r, t) = \int_{\tau=0}^{\infty} \int_{m=0.1}^{10} m \Omega \, dm \, d\tau \quad (4.41)$$

und die Anzahldichte der Supernovae am Ort r während der Zeit $(t, t + \Delta t)$,

$$n_{SN}(r, t) = \int_{m=10}^{100} \int_{\tau=\tau_*(m)-\Delta t}^{\tau_*(m)} \Omega \, d\tau \, dm, \quad (4.42)$$

wobei Ω_0 und Ω_1 während $(t, t + \Delta t)$ als zeitlich konstant angenommen sind.

Die gesamte durch Supernovae in einem Zeitintervall Δt freigesetzte *Energiedichte* ist dann (siehe Gl. 4.29)

$$\Delta e_{SN} = n_{SN} \cdot E_{SN}. \quad (4.43)$$

Die gesamte dabei ausgestoßene *Massendichte* an *nicht angereicherter Materie* $\Delta \rho_{SN}^H$ und an *angereicherter Materie* $\Delta \rho_{SN}^Z$ ergibt sich zu

$$\Delta \rho_{SN}^H = \int_{m=10}^{100} \int_{\tau=\tau_*(m)-\Delta t}^{\tau_*(m)} \Delta M_{SN}^H \cdot \Omega \, d\tau \, dm, \quad (4.44)$$

$$\Delta \rho_{SN}^Z = \int_{m=10}^{100} \int_{\tau=\tau_*(m)-\Delta t}^{\tau_*(m)} \Delta M_{SN}^Z \cdot \Omega \, d\tau \, dm, \quad (4.45)$$

wobei ΔM_{SN}^H und ΔM_{SN}^Z durch Gleichung (4.27) beziehungsweise Gleichung (4.28) gegeben sind.

Die Gesamtdichte der während Δt neu produzierten *Supernovaüberreste* ergibt sich zu

$$\Delta \rho_{SN}^{rem} = m_{rem} \cdot n_{SN}. \quad (4.46)$$

Wie für Supernovae läßt sich durch Integration über m und τ auch die während Δt durch *Sternwinde* und *planetarische Nebel* ausgestoßene Massendichte $\Delta \rho_{SW}$ beziehungsweise $\Delta \rho_{PN}$ berechnen. Ebenso ergibt sich die Massendichte der neu produzierten Weißen Zwerge $\Delta \rho_{PN}^{rem}$, sowie die durch Sternwinde und planetarische Nebel an das ISM übertragene Energiedichte Δe_{SW} , beziehungsweise Δe_{PN} . Man beachte, daß τ bei der Berechnung der Sternwinde von $\tau = 0$ bis $\tau = \tau_*(m)$ integriert werden muß. Zur Ableitung der Quellterme für planetarische Nebel muß m von $m = 0.1$ bis $m = 10$ integriert werden.

Um die oben diskutierten Quellterme (Gl. 4.42 bis Gl. 4.46) berechnen zu können, werden als erstes die Funktionen Ω_0 und Ω_1 mit Hilfe der Beziehungen (4.40) und (4.41) aus den bekannten Dichten ρ_{HMS} , beziehungsweise aus ρ_{LMS} , ermittelt. Daraus läßt sich dann mit Gleichung (4.39) Ω und damit die Quellterme berechnen.

4.3 Die Wechselwirkung zwischen Sternen und Gas

Abbildung 4.4 zeigt die hier berücksichtigten Wechselwirkungsprozesse zwischen den Sternen und den beiden Gaskomponenten in Form eines *Energiediagramms*. Die Pfeile deuten die Richtung der bei dem jeweiligen Prozess übertragenen Energie an. Das CM wird durch zwei verschiedene Energieformen e_{CM}^{kin} und e_{CM}^{th} beschrieben. Das ICM ist durch seine innere, thermische Energie e_{ICM} gegeben. Die Dynamik der Sterne wird durch ihre Dispersionsenergie $e_* = 0.5 \rho_* (\alpha_* + \beta_* + \gamma_*)$ bestimmt (siehe Gl. 3.96).

Der Index * steht stellvertretend für die gesamte Sternkomponente (HMS, LMS, REM).

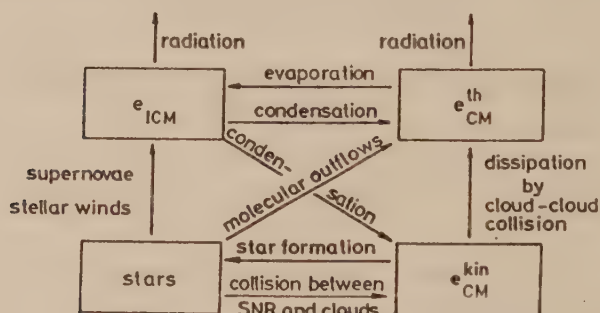


Abb. 4.4: Die in dem ISM - Modell berücksichtigten energetischen Prozesse zwischen den Sternen, der Wolkenkomponente und der Sternkomponente (siehe Text).

4.3.1 Sternentstehung

Bis heute existiert keine konsistente Theorie der Sternentstehung. Die *Sternentstehungsrate* (star formation rate, kurz: SFR) und die IMF (siehe § 4.2.4) müssen daher aus Beobachtungen abgeleitet werden (Salpeter, 1955; Miller und Scalo, 1979; Scalo, 1986).

In den hier diskutierten Modellen wird eine *Salpeter - IMF* (Salpeter, 1955) ange-

nommen.

$$\frac{dN(m)}{dm} = \varphi_{IMF}(m) = m^{-2.35} \quad , \quad (4.47)$$

mit einer oberen Massengrenze von $m_{up} = 100 M_{\odot}$ und einer unteren Grenze $m_{low} = 0.1 M_{\odot}$. 99.8% der neu entstandenen Sterne sind dann *massearm* ($m \leq 10 M_{\odot}$), 0.2% gehören zu den HMS. Die HMS haben eine mittlere Masse $\langle m \rangle_{HMS} = 22 M_{\odot}$, die mittlere Masse der LMS ist $\langle m \rangle_{LMS} = 0.3 M_{\odot}$. Aus diesen Angaben geht hervor, daß die Salpeter-IMF sehr viele massearme Sterne mit $m \leq 1 M_{\odot}$ erzeugt, die sich während eines Weltalters ($t \approx 1.5 \cdot 10^{10}$ Jahre) kaum entwickeln und weder energetisch noch durch chemische Anreicherungsprozesse für die Galaxienentwicklung von Bedeutung sind.

In Ermangelung einer Theorie beschreibt man die SFR üblicherweise empirisch, als Funktion der mittleren Gasdichte und /oder der Wolkenstoßrate (Larson, 1969, 1975; Carlberg, 1984, Burkert und Hensler, 1987 a, 1988). Wir werden hier der Einfachheit halber eine dem sogenannten *Schmidt-Gesetz* (Schmidt, 1959) analoge Formel verwenden,

$$\left(\frac{d\rho_*}{dt} \right)_{sf} = \alpha_{sf} \cdot \rho_{sf}^2 \quad , \quad (4.48)$$

wobei ρ_* die Massendichte der neu entstandenen Sterne bezeichnet.

Über ρ_{sf} hängt die SFR nach Gleichung (4.48) von T_{CM} und damit von der Heizrate des CM ab. Die Heizrate wird aber wiederum durch die Zahl der Supernovae und damit durch die Zahl der massereichen Sterne bestimmt. Diese Rückkopplung kann zu einer *Selbstregulation* in der SFR führen (§ 4.6).

Statt der normalerweise berücksichtigten Gesamtdichte ρ_{CM} des Gases betrachten wir in Gleichung (4.48) nur die Gasdichte der Sterne bildenden Gasphase ρ_{sf} . Der Vorfaktor α_{sf} ist im Prinzip ein freier Parameter und wird an die Beobachtungen angepaßt (Larson, 1969):

$$\alpha_{sf} = 0.55 \cdot 10^{-6} \text{ pc}^3 M_{\odot}^{-1} \text{ yr}^{-1} \quad . \quad (4.49)$$

Die neu entstandenen Sterne haben dieselben chemischen und kinematischen Eigenschaften wie die Wolkenkomponente, aus der sie sich bildeten. Wir können daher annehmen, daß diese jungen Sterne eine isotrope Geschwindigkeitsdispersion zeigen (siehe Gl. 3.93 b,c),

$$\langle (v_r - \langle v_r \rangle)^2 \rangle_{sf} = \langle v_{\vartheta}^2 \rangle_{sf} = \langle v_{\varphi}^2 \rangle_{sf} = \frac{2}{3} \frac{e_{CM}^{kin}}{\rho_{CM}} \quad , \quad (4.50)$$

mit einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit

$$\langle v_r \rangle_{sf} = u_{CM} \quad (4.51)$$

und einer Metallizität

$$Z_{sf} = Z_{CM} \quad (4.52)$$

Die Formeln (4.50) und (4.51) koppeln die Kinematik der Wolkenkomponente mit der Kinematik der Sterne. Betrachten wir zum Beispiel ein CM, dessen kinetische Energie e_{CM}^{kin} in Wolken - Wolken - Stößen effizient dissipiert wird und das daher nahezu im freien Fall kollabiert. Die daraus entstehende Sternkomponente hat dann ebenfalls einen kleinen Virialkoeffizienten η_{vir} (siehe Gl. 3.64). Damit könnte, wie in §3 gezeigt wurde, die Entstehung von elliptischen Galaxien mit ihrem heute zu beobachtenden universellen Dichteprofil erklärt werden. Dieses Beispiel zeigt nochmals die Bedeutung der kinetischen Energie e_{CM}^{kin} der Wolkenkomponente für die Galaxienentwicklung.

4.3.2 Supernovae und ihr Einfluß auf die Entwicklung des ISM

Supernovaexplosionen stellen den wichtigsten Wechselwirkungsprozeß zwischen den Sternen und dem ISM dar. So läßt sich nach McKee und Ostriker (1977) bereits allein durch Supernovae die Existenz eines 3-Phasen-ISM erklären. Außerdem reichern die Sterne dadurch die Galaxie mit Metallen an und bestimmen damit die chemische Entwicklung des Systems. Die durch Supernovae an das ISM abgegeben Energie, Masse und Metallizität ist durch die Gleichungen (4.43) bis (4.45) gegeben. Wir berücksichtigen außerdem noch die folgenden Prozesse: Stöße zwischen Supernova - Hüllen (super nova remnants, kurz: SNR) und Molekülwolken und die Nicht-Gleichgewichtskühlung und Wolkenbildung in einem SNR.

4.3.2.1 Stöße zwischen Supernova - Hüllen und Molekülwolken

Trifft ein sich in das ISM ausbreitender SNR auf eine Molekülwolke, so kann diese durch den Stoß deformiert und beschleunigt werden. Die dazu benötigte Energie wird der kinetischen Energie des SNR entnommen. Nach McKee und Ostriker (1977) ist der gesamte Energieübertrag $(\Delta e_{CM}^{kin})_{SNR}$ eines SNR an die kinetische Dispersionsenergie e_{CM}^{kin} der Wolkenkomponente durch

$$(\Delta e_{CM}^{kin})_{SNR} = \eta_{SN} \cdot e_{SN} \quad (4.53)$$

gegeben, wobei die Effizienz η_{SN} bei einem Volumenfüllungsfaktor von $f_{CM} = 0.23$ $\eta_{SN} = 0.05$ ist. Generell ist nach McKee und Ostriker η_{SN} proportional zu f_{CM} und umgekehrt proportional zur mittleren Wolkenmasse m_W . Wie Testrechnungen zeigen, variiert m_W jedoch nur schwach. Wir werden daher hier η_{SN} als in erster Näherung nur von f_{CM} abhängig betrachten. Aus der Bedingung $\eta_{SN}(f_{CM} = 0.23) = 0.05$ folgt dann

$$\eta_{SN} = 0.22 f_{CM} \quad (4.54)$$

Supernovae können also höchstens ($f_{CM} \leq 1$) 22% ihrer Energie an die kinetische Energie des Wolkensystems übertragen.

Dadurch, daß die SNR die kinetische Energie e_{CM}^{kin} des Wolkensystems erhöhen, haben sie eine wichtige regulierende Wirkung auf die *dynamische Entwicklung* von Galaxien. So kann eine aus primordialen Molekülwolken bestehende Protogalaxie nicht kollabieren, solange die *Energiedissipation* durch Wolken - Wolken - Stöße durch die *Energiezufuhr* mittels Wolken - SNR - Stößen kompensiert wird.

Da nach Gleichung (4.10) durch Wolken - Wolken - Stöße ein Teil der *kinetischen Energie* der Wolken in *innere, thermische Energie* umgewandelt wird, tragen Stöße zwischen SNRs und der Wolkenkomponente auch zur Heizung des CM bei.

4.3.2.2 Nicht - Gleichgewichts - Kühlung und Wolkenbildung in Supernova - Hüllen

In dem hier vorgestellten Modell geben die Sterne *metallangereichertes Gas* mittels Supernovae an das heiße ICM ab. Dieses Gas muß nun erst kühlen und zu Wolken kondensieren, bevor sich neue, *metallreichere Sterne* in den kühlen Kernen dieser Wolken bilden können. Die Kühlung durch Rekombination, Linienübergänge und Bremsstrahlung wurde bereits in § 4.1.3.3 diskutiert. Ein ICM mit solarer Metallizität und Teilchendichten $n \approx 0.01 \text{ cm}^{-3}$ kann nach Gleichung (4.14 a-f) innerhalb von 10^7 Jahren von 10^6 K auf 10^4 K kühlen. Die *Kühlzeit* ist also kurz gegenüber der dynamischen Zeitskala von Galaxien (§3.2). Nun wird das ICM aber laufend, durch Supernovae und Sternwinde geheizt. Im Gleichgewicht stellt sich dann eine mittlere Temperatur $T \geq 10^4 \text{ K}$ ein, bei der die *Kühlrate* gerade durch die *Heizrate* kompensiert wird (siehe die Rechnungen in § 4.6). In diesem Fall würde das ICM nicht unter 10^4 K kühlen und in Wolken kondensieren können. Die durch Supernovae ins ICM geschleuderten Metalle würden dann für lange Zeit in der heißen Gasphase gespeichert bleiben. Hier spielen nun durch Schockfronten induzierte Phasenübergänge von der heißen zur kühlen Gasphase eine wichtige Rolle. Wir wollen uns dabei auf die *Nicht - Gleichgewichts - Kühlung und Wolkenbildung* in Supernova - Hüllen beschränken.

Die dynamische Entwicklung eines SNR kann grob in zwei Phasen zerlegt werden. In der ersten, sogenannten *Sedovphase* (Sedov, 1959) entwickelt sich der SNR adiabatisch, das heißt, die Kühlzeit in der expandierenden Schale ist noch wesentlich größer als die Entwicklungszeit. In dieser Phase spielt *Wolkenevaporation* in dem SNR eine wichtige Rolle (McKee und Ostriker, 1977; McKee und Cowie, 1977). Nachdem die Temperatur der Supernova-Hülle unter 10^7 K gesunken ist, wird Kühlung wichtig. Die Hülle kühlt nun schnell auf 100 K ab und läuft unter Impulserhaltung in das sie umgebende ISM. Das dabei aufgelegte Gas sammelt sich zum größten Teil in einer Schale an (Chevalier, 1977). Diese sogenannte *Schneepflugphase* wird beendet, sobald der SNR ins Druckgleichgewicht mit dem ihn umgebenden ICM gekommen ist und in Wolken zerfällt.

Ist der Druck des umgebenden Mediums sehr hoch, so kommt der SNR noch während der Sedovphase ins Druckgleichgewicht mit dem ICM und löst sich auf, ohne kühle Wolken gebildet zu haben (Cox, 1979). Nach Habe et al. (1981) tritt diese Situation ein, wenn

$$T_{ICM} \cdot \hat{n}_{ICM}^{-0.27} \geq 6.7 \cdot 10^6 \text{ K} , \quad (4.55)$$

wobei T_{ICM} die Temperatur des umgebenden ICM in $[K]$ ist und $\hat{n}_{ICM} = \hat{\rho}_{ICM} / \mu_{ICM}$ die Teilchendichte bedeutet, die hier und im folgenden in Einheiten von $[cm^{-3}]$ angegeben ist. Ist die Temperatur des ICM also sehr hoch, beziehungsweise seine Dichte gering, so können SNR keinen Phasenübergang von heißem Gas zu kühlen Wolken bewirken.

Falls die Bedingung (4.55) nicht erfüllt ist, zerfällt die Supernovahülle in kühle Wolken, sobald sie im Druckgleichgewicht mit der Umgebung ist. Die Masse M_{cond} des insgesamt aufgelegten und zu Wolken kondensierten Gases ist dann gegeben durch

$$M_{cond} = M_{SN,tot} - M_{int} . \quad (4.56)$$

M_{int} bezeichnet die Masse innerhalb der Supernova-Hülle und $M_{SN,tot}$ ist die Gesamtmasse der aufgesammelten Materie.

$M_{SN,tot}$ ergibt ist aus

$$M_{SN,tot} = \frac{4\pi}{3} R_{SNR}^3 \hat{n}_{ICM} \mu_{ICM} , \quad (4.57)$$

wobei der Radius R_{SNR} des zerfallenden SNR nach Ikeuchi et al. (1984) durch

$$R_{SNR} = 431.7 \hat{n}_{ICM}^{-0.37} T_{ICM}^{-0.2} \text{ pc} \quad (4.58)$$

gegeben ist.

Einsetzen von Gleichung (4.58) in (4.57) liefert

$$M_{SN,tot} = 8.22 \cdot 10^6 \mu_{ICM} \hat{n}_{ICM}^{-0.11} T_{ICM}^{-0.6} M_{\odot} \quad (4.59)$$

Die mittlere Gasdichte n_{int} innerhalb des zerfallenden SNR ist nach Ikeuchi et al. (1984)

$$n_{int} = 3.95 \cdot 10^{-5} \hat{n}_{ICM}^{0.837} T_{ICM}^{0.6} \text{ cm}^{-3}, \quad (4.60)$$

womit nun M_{int} berechnet werden kann,

$$M_{int} = \frac{4\pi}{3} R_{SNR}^3 n_{int} \mu_{ICM} = 324.35 \mu_{ICM} \hat{n}_{ICM}^{-0.273} M_{\odot} \quad (4.61)$$

Hier wurde angenommen, daß das mittlere Molekulargewicht der Materie in der Supernova-Hülle annähernd mit μ_{ICM} übereinstimmt. Man beachte, daß M_{int} nicht von T_{ICM} abhängt

Mit Gleichung (4.59) und (4.61) ergibt sich schließlich aus Gleichung (4.56) die gesamte, während eines Zeitschritts Δt durch Supernovae in die kühle Gasphase übergeführte Massedichte zu

$$(\Delta \rho_{CM})_{cond} = -(\Delta \rho_{ICM})_{cond} = n_{SN} (M_{SN,tot} - M_{int}) \cdot \eta_{OV} \quad (4.62)$$

n_{SN} bezeichnet die Anzahldicke der in der Zeit Δt explodierenden Supernovae, die durch Gleichung (4.42) gegeben ist. $\eta_{OV} \leq 1$ ist der sogenannte *Überlappungsparameter*, der die mögliche Überlappung einzelner SNR berücksichtigt. Ist η_{OV} kleiner als 1, so ist die Gesamtmasse der aufgesammelten Materie kleiner als man erwarten würde, wenn jede der Supernovae, unabhängig voneinander, Materie auffegen könnte. Bei $\eta_{OV} < 1$ laufen die SNR teilweise in ein bereits leergefegtes Gebiet hinein. Wir können η_{OV} aus der Bedingung abschätzen, daß die SNR nicht mehr heißes Gas aufsammeln können, als insgesamt in der Gitterzelle vorhanden ist. Es gilt dann näherungsweise

$$\eta_{OV} = \begin{cases} 1 & \text{für } n_{SN} (M_{SN,tot} - M_{int}) \leq \rho_{ICM} \\ \frac{\rho_{ICM}}{n_{SN} (M_{SN,tot} - M_{int})} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.63)$$

Falls sehr viele Supernovae zur gleichen Zeit in derselben Zelle explodieren, so ist n_{SN} groß und η_{OV} wird klein, das heißt, die Effizienz mit der jede Supernova heißes Gas aufammelt ist gering.

Die *mittlere Geschwindigkeit* der im SNR gebildeten Wolken u_{cond} ist aus Impulserhaltungsgründen identisch mit der mittleren Geschwindigkeit des SNR und damit mit der Geschwindigkeit u_{HMS} des explodierenden, massereichen Sterns. Die eindimensionale *Geschwindigkeitsdispersion* σ_{cond} und damit die kinetische Dispersionsenergie

$$(\Delta e_{CM}^{kin})_{cond} = 1.5 (\Delta \rho_{CM})_{cond} \cdot \sigma_{cond}^2 \quad (4.64)$$

der in Wolken zerfallenden Supernova - Hüllen läßt sich aus der Bedingung berechnen, daß die Hülle beim Zerfall annähernd eine Expansionsgeschwindigkeit hat, die mit der *Schallgeschwindigkeit* c_{ICM} des umgebenden ICM übereinstimmt. Es gilt also

$$(\Delta e_{CM}^{kin})_{cond} = 1.5 (\Delta \rho_{CM})_{cond} \cdot c_{ICM}^2 \quad (4.65)$$

mit

$$c_{ICM} = \left(\gamma_{ICM} (\gamma_{ICM} - 1) \cdot \frac{e_{ICM}}{\rho_{ICM}} \right)^{0.5} \quad (4.66)$$

Eine wichtiges und bisher noch nicht beantwortetes Problem ist die Frage, wo sich die durch die Supernova ausgeschleuderten, im Stern produzierten Metalle befinden. Wir werden hier annehmen, daß die Metalle innerhalb der Supernova - Blase liegen, das heißt, in die heiße Gasphase übergeführt werden. Die aus der Supernova - Hülle entstehenden Wolken enthalten dann keine der bei der Supernovaexplosion freigesetzten Metalle. Diese Annahme führt zu einer *verzögerten Metallanreicherung* der Sternkomponente (siehe die Rechnungen in § 4.6), da die mit der Supernova ausgestoßenen Metalle erst von einer zweiten Schockfront aufgesammelt werden müssen, bevor in den daraus entstehenden Wolken metallangereicherte Sterne entstehen können. Hätten wir die Metalle gleich in die Supernova - Hülle gemischt, so würden wir keine zweite Supernova benötigen, um metallangereicherte Wolken und Sterne zu produzieren.

4.3.3 Sternwinde, planetarische Nebel und "molecular outflows"

Neben den Supernovaexplosionen berücksichtigen wir die Rücklieferung von nicht mit Metallen angereichertem Gas an das ICM durch *Sternwinde* und *planetarische Nebel*. Die entsprechenden Quellterme $\Delta \rho_{SW}$, Δe_{SW} , $\Delta \rho_{PN}$, Δe_{PN} wurden bereits in § 4.2.1.1, § 4.2.2 und § 4.2.4 diskutiert.

Während Supernovae, Sternwinde und planetarische Nebel e_{ICM} und e_{CM}^{kin} beeinflussen, kann Sternentstehung zu einer Aufheizung der Molekülwolken führen. Diese von Hensler (1988) unter dem Oberbegriff "molecular outflows" zusammengefaßte Energiequelle läßt sich abschätzen zu

$$E_{mo} = \eta_{mo} \cdot 1.9 \cdot 10^{48} M_{sf}^{1.4} \text{ erg} , \quad (4.67)$$

wobei E_{mo} die freigesetzte Energie bezeichnet, wenn eine Gesamtmasse von M_{sf} Sonnenmassen in Sterne umgewandelt wurde. η_{mo} ist ein Effizienzfaktor, der sich durch einen Vergleich mit energetischen Überlegungen von Margulis und Lada (1985) zu $\eta_{mo} \approx 0.01$ abgeschätzt werden kann. Da sich in den folgenden Rechnungen zur Entwicklung des ISM herausstellt, daß "molecular outflows" keinen großen Einfluß auf die Entwicklung des Systems haben werden wir sie in den anschließenden chemodynamischen Rechnungen (§5) vernachlässigen.

4.3.4 Ionisation von Wolken durch UV- und kosmische Strahlung

Während "molecular outflows" und Wolken - Wolkenstöße nur die gesamte innere, thermische Energie der Wolkenkomponente erhöhen, führt die Ionisation der Wolkenoberfläche durch *Lyman - Kontinuums - Photonen* und *kosmische Strahlung* zu einem direkten Phasenübergang von kühler Wolkenmaterie ins ICM. Nach Ikeuchi et al. (1984) läßt sich die *Ionisationsrate* abschätzen durch

$$\left(\frac{\partial \rho_{CM}}{\partial t} \right)_{ion} = - \xi \cdot \rho_{CM} \quad (4.68)$$

wobei ξ in Abhängigkeit von der Supernovarate dn_{SN}/dt geschrieben werden kann,

$$\xi = 3.77 \cdot 10^5 \cdot \left(\frac{dn_{SN}/dt}{M_{yr}^{-1} pc^{-3}} \right) M_{yr}^{-1} \quad (4.69)$$

Da n_{SN} nach Gleichung (4.42) bekannt ist, läßt sich die Ionisationsrate von Molekülwolken mit den Gleichungen (4.68) und (4.69) berechnen.

4.4 Wechselwirkungsprozesse zwischen der heißen und kühlen Gasphase

In §4.3.2.2 und in §4.3.4 hatten wir zwei durch Sterne induzierte Übergänge zwischen dem CM und dem ICM betrachtet. Phasenübergänge können aber auch ohne einen direkten Einfluß der Sternkomponente stattfinden. So können kühle, von heißem Gas umgebene Wolken an der Oberfläche aufgeheizt werden und verdampfen. Diese *Evaporation* wurde von Cowie und McKee (1977), McKee und Cowie (1977) und von Chiéze (1986) untersucht. Da die Dichte des ICM im allgemeinen klein ist ($n_{ICM} < 0.1 \text{ cm}^{-3}$), können wir die Anlagerung des umgeben-

den ICM auf die Wolken (Cowie et al., 1981) vernachlässigen und erhalten nach Chiéze (1986) die folgende *Evaporationsrate*:

$$\left(\frac{\partial m_W}{\partial t}\right)_{\text{evap}} = 2.75 \cdot 10^4 T_{\text{ICM}}^{2.5} \left(\frac{r_W}{\text{pc}}\right) \text{ g sec}^{-1}, \quad (4.70)$$

wobei der Wolkenradius r_W durch Gleichung (4.7b) und die Wolkenmasse m_W durch Gleichung (4.7a) gegeben ist.

Einsetzen von Gleichung (4.7b) und (4.7a) in Gleichung (4.70) liefert die *mittlere Evaporationsrate des CM*

$$\left(\frac{\partial \rho_{\text{CM}}}{\partial t}\right)_{\text{evap}} = 4.665 \cdot 10^{-23} \mu_{\text{CM}} \left(\frac{T_{\text{ICM}}}{K}\right)^{2.5} \left(\frac{T_{\text{CM}}}{K}\right)^{-1} \left(\frac{\rho_{\text{CM}}}{M_\odot/\text{pc}^3}\right) \frac{M_\odot}{\text{pc}^3 \text{ yr}}. \quad (4.71)$$

Neben der durch Gleichung (4.71) beschriebenen Evaporation nehmen wir noch an, daß die Wolken sich auflösen, wenn ihre mittlere Temperatur $T_{\text{CM}} > 10^4 \text{ K}$ wird. Ebenso soll die heiße Gaskomponente ohne äußere Anregung zu Wolken kondensieren, wenn T_{ICM} unter 10^4 K sinkt.

Wie die chemodynamischen Rechnungen zeigen werden, ist im Gegensatz zu der bisher in der Literatur häufig vertretenen Annahme die Dynamik der heißen und kühlen Gasphase entkoppelt. So kann zum Beispiel das ICM mit hoher, positiver Geschwindigkeit aus der Galaxie entweichen, während gleichzeitig kühle Wolken in die Galaxie einfallen. Falls die Relativgeschwindigkeit zwischen den Wolken und dem heißen Gas $|u_{\text{CM}} - u_{\text{ICM}}| > c_{\text{ICM}}$ wird, wobei c_{ICM} die in Gleichung (4.66) definierte Schallgeschwindigkeit des ICM bezeichnet, erwarten wir eine effektive *Schockbremsung* der Wolken im ICM. Diese *Reibung* sollte auch auftreten, wenn die mittlere, eindimensionale Geschwindigkeitsdispersion der Wolken größer als c_{ICM} wird, unter der Annahme, daß Magnetfelder keine dominante Rolle spielen. Damit können wir nun eine obere Grenze für $e_{\text{CM}}^{\text{kin}}$ und für $|u_{\text{CM}} - u_{\text{ICM}}|$ abschätzen,

$$e_{\text{CM}}^{\text{kin}} \leq 1.5 \rho_{\text{CM}} c_{\text{ICM}}^2, \quad (4.72)$$

$$|u_{\text{CM}} - u_{\text{ICM}}| \leq c_{\text{ICM}}. \quad (4.73)$$

Falls $e_{\text{CM}}^{\text{kin}}$ zum Beispiel durch Stöße zwischen Wolken und SNRs größer als die nach Gleichung (4.72) erlaubte Grenze werden würde, so nehmen wir an, daß die überschüssige kinetische Energie in *innere Energie* e_{ICM} der heißen Komponente umgewandelt wird. Damit können Supernovae die Geschwindigkeitsdispersion

der Wolkenkomponente nicht stark erhöhen, solange das heiße, umgebende ICM relativ kühl, das heißt c_{ICM} klein ist.

Falls $|u_{CM} - u_{ICM}| > c_{ICM}$ ist, wird angenommen, daß die Geschwindigkeit u_{CM} und u_{ICM} sofort (das heißt hier im selben numerischen Zeitschritt) durch Reibung auf u_{CM}^* und u_{ICM}^* abgebremst wird. Aufgrund der *Impulserhaltung* können die neuen Geschwindigkeiten u_{CM}^* und u_{ICM}^* mit den Formeln:

$$|u_{CM}^* - u_{ICM}^*| = c_{ICM} \quad (4.74)$$

$$\rho_{CM} u_{CM} + \rho_{ICM} u_{ICM} = \rho_{CM} u_{CM}^* + \rho_{ICM} u_{ICM}^* \quad (4.75)$$

berechnet werden.

4.5 Das vollständige Gleichungssystem zur chemodynamischen Entwicklung von Galaxien

Wir können nun das vollständige, in den anschließenden numerischen Rechnungen verwendete Gleichungssystem zur chemodynamischen Entwicklung von Galaxien aufstellen.

4.5.1 Die Sternkomponente

Wie in § 3.6 gezeigt wurde, kann die Dynamik eines sphärisch symmetrischen *Sternsystems* gut durch die bis zur zweiten Ordnung entwickelten *Momentengleichungen* der stoßfreien Boltzmann-Gleichung beschrieben werden. Es gilt also nach Gleichung (3.92a) bis (3.92d):

$$\frac{\partial \rho_*}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_* u_*) = S (\rho_*) \quad (4.76a)$$

$$\frac{\partial \rho_*^Z}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_*^Z u_*) = S (\rho_*^Z) \quad (4.76b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_* u_*) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_* u_*) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho_* \alpha_*) + \frac{2\rho_*}{r} (\alpha_* - \beta_*) + \\ + \rho_* \frac{\partial \Phi}{\partial r} = S (\rho_* u_*) \end{aligned} \quad (4.76c)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_* \alpha_*) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_* \alpha_* u_*) + 2\rho_* \alpha_* \frac{\partial u_*}{\partial r} = S (\rho_* \alpha_*) \quad (4.76d)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_* \beta_*) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_* \beta_* u_*) + 2\rho_* \beta_* \frac{\partial u_*}{\partial r} = S (\rho_* \beta_*) . \quad (4.76e)$$

Wir beschreiben alle drei Sternkomponenten (massereiche Sterne, massearme Sterne und Überreste) getrennt. Der Index * steht also für HMS, LMS oder für die Überreste (REM). Die *Metалldichte* ρ_*^Z , aus der sich die *Metallizität* $Z_* = \rho_*^Z / \rho_*$ berechnen läßt ist nur für die HMS und LMS definiert (ρ_{HMS}^Z , ρ_{LMS}^Z). Die Metallizität der Überreste (Weiße Zwerge, Neutronensterne, Schwarze Löcher) hat keinen Einfluß auf die galaktische Entwicklung und wird daher nicht berechnet.

Die in § 4.2 diskutierten *Wechselwirkungsprozesse* zwischen den Sternen und der Gaskomponente sind in den *Quelltermen* $S(\dots)$ zusammengefaßt.

4.5.2 Das Zwischenwolkenmedium

Trotz seiner geringen Teilchendichte kann das heiße ICM nach Spitzer (1978) durch die *hydrodynamischen Eulergleichungen* (Gl. 3.97 a - c) beschrieben werde. Es gilt also

$$\frac{\partial \rho_{ICM}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{ICM} u_{ICM}) = S(\rho_{ICM}) \quad , \quad (4.77a)$$

$$\frac{\partial \rho_{ICM}^Z}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{ICM}^Z u_{ICM}) = S(\rho_{ICM}^Z) \quad , \quad (4.77b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{ICM} u_{ICM}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{ICM} u_{ICM}) + \frac{\partial}{\partial r} P_{ICM} + \\ + \rho_{ICM} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = S(\rho_{ICM} u_{ICM}) \quad , \quad (4.77c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (e_{ICM}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{ICM} e_{ICM}) + \frac{P_{ICM}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{ICM}) = \\ = S(e_{ICM}) \quad , \quad (4.77d) \end{aligned}$$

mit der Zustandsgleichung

$$P_{ICM} = (\gamma_{ICM} - 1) e_{ICM} \quad . \quad (4.77e)$$

4.5.3 Das Wolkenmedium

Die *Wolkenkomponente* wird, wie bei Larson (1969, 1975) als ein stoßdominiertes *Teilchensystem* betrachtet. Wie in § 3.2 gezeigt wurde, ist die *Dissipationszeitskala* von Wolkensystemen in Protogalaxien kleiner als die dynamische Zeitskala. Die in § 3.2. definierte *dissipationslose Relaxationszeitskala* ist aber wesentlich größer als das Alter des Systems. Die Entwicklung wird daher, zumindest in den uns hier vor allem interessierenden Frühphasen der galaktischen Entwicklung, von dissipativen Wolken - Wolken - Stößen dominiert, bei denen in der Regel die *Masse* eines jeden Stoßpartners keine Erhaltungsgröße ist. Man beschreibt die Wolken dann mit der sogenannten *Koagulationstheorie*, die eine variable, durch Stöße sich verändernde Wolkenmasse m zuläßt (Scoville und Hersh, 1979; Silk und Takahashi, 1979; Yoshii und Saio, 1985). Nach Scalo und Struck - Marcell (1984) und Struck - Marcell und Scalo (1984) kann das Wolkensystem durch eine der *Boltzmanngleichung* ähnliche kinetische Gleichung beschrieben werden,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + \frac{\partial (f \dot{m})}{\partial m} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{source} \quad (4.78)$$

wobei nun $f(r, v_r, v_\theta, v_\phi, m, t)$ noch von dem freien Parameter m abhängt. $(\partial f / \partial t)_{source}$ ist der *Quellterm*.

Wie bei der Ableitung der *Momentengleichungen* der stoßfreien Boltzmanngleichung in § 3.6 können wir auch aus der *Koagulationsgleichung* (4.78) durch Integration über $(d^3 v dm)$ Momentengleichungen erhalten, die im *isotropen* Fall formal mit den Eulergleichungen übereinstimmen,

$$\frac{\partial \rho_{CM}}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{CM} u_{CM}) = S(\rho_{CM}) \quad , \quad (4.79a)$$

$$\frac{\partial \rho_{CM}^z}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{CM}^z u_{CM}) = S(\rho_{CM}^z) \quad , \quad (4.79b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{CM} u_{CM}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_{CM} u_{CM}) + \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} e_{CM}^{kin} + \\ + \rho_{CM} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = S(\rho_{CM} u_{CM}) \quad , \end{aligned} \quad (4.79c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (e_{CM}^{kin}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{CM} e_{CM}^{kin}) + \frac{2}{3} \frac{e_{CM}^{kin}}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_{CM}) = \\ = S(e_{CM}^{kin}). \end{aligned} \quad (4.79d)$$

In diesem Gleichungssystem wurden die zusätzlichen, durch die Integration über $\partial(f\dot{m})/\partial m$ hinzukommenden Terme auf der rechten Seite mit den Quelltermen zusammengefaßt. Ein solcher Term ist zum Beispiel in der Kontinuitätsgleichung (4.79a) die *Evaporationsrate*

$$S(\rho_{CM})_{evap} = - \iint \frac{\partial}{\partial m} (f \cdot \dot{m}) dm d^3v = - \frac{\rho_{CM}}{m_w} \langle \dot{m}_{CM} \rangle_{evap}, \quad (4.80)$$

wobei m_w die mittlere Wolkenmasse und $\langle \dot{m}_{CM} \rangle_{evap}$ die durch Gleichung (4.70) beschriebene Evaporationsrate pro Wolke ist. $S(\rho_{CM})_{evap}$ ist identisch mit $(\partial \rho_{CM} / \partial t)_{evap}$ aus Gleichung (4.71).

Man beachte, daß die dynamische Entwicklung des CM durch e_{CM}^{kin} und nicht durch e_{CM}^{th} beeinflusst wird.

Das Potential Φ ergibt sich schließlich aus der *Poissongleichung* (3.12), wobei die für die Potentialberechnung wichtige *Gesamtdichte* ρ durch

$$\rho = \rho_{HMS} + \rho_{LMS} + \rho_{REM} + \rho_{ICM} + \rho_{CM} + \rho_{DH} \quad (4.81)$$

gegeben ist. ρ_{DH} beschreibt hier den eventuellen zusätzlichen Einfluß eines masse-reichen, dunklen Halos.

4.5.4 Die Quellterme

Die Quellterme S beschreiben die in § 4.1 bis § 4.4 diskutierte, komplexe Wechselwirkung zwischen den einzelnen Stern- und Gaskomponenten. In Tabelle 4.2 (siehe folgende Seite) sind nochmals alle berücksichtigten Prozesse, die physikalischen Größen, die sie beeinflussen, und die dazu relevanten Kapitel zusammengefaßt.

4.6 Die Entwicklung des interstellaren Mediums in einer abgeschlossenen Zelle

In diesem Abschnitt wird die Entwicklung des ISM in einem homogenen, abgeschlossenen Teilbereich (auch Zelle genannt) studiert. Dynamische Effekte werden vernachlässigt, das heißt, wir machen die Näherung

$$u_{ICM} = u_{CM} = u_{HMS} = u_{LMS} = u_{REM} = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0. \quad (4.82)$$

Damit wird der Gültigkeitsbereich der Rechnungen (sog. "box models") erheblich eingeschränkt. So könnte zum Beispiel der Druck P_{ICM} der heißen Gaskomponente in der Zelle durch nahezu gleichzeitig explodierende Supernovae stark ansteigen.

Tabelle 4.2 Aufstellung der in dieser Arbeit berücksichtigten Prozesse, der von ihnen beeinflussten physikalischen Größen, sowie der Kapitel, in denen die Prozesse beschrieben sind.

Prozess	beeinflusste Größen	relevante Kapitel
Sternentstehung	$\rho_{HMS}, \rho_{HMS}^z, \alpha_{HMS}, \beta_{HMS}$ $\rho_{LMS}, \rho_{LMS}^z, \alpha_{LMS}, \beta_{LMS}$ $\rho_{CM}, e_{CM}^{kin}, e_{CM}^{th}$	§ 4.3.1
Massen- und Energieverlust in Supernovae, Planetarischen Nebeln, Sternwinden und "molecular outflows"	$\rho_{HMS}, \rho_{HMS}^z, \rho_{LMS}, \rho_{LMS}^z$ $\rho_{REM}, u_{REM}, \alpha_{REM}, \beta_{REM}$ $\rho_{ICM}, \rho_{ICM}^z, u_{ICM}, e_{ICM}$	§ 4.2; § 4.3.3
Stöße zwischen SNR und Wolken	e_{CM}^{kin}	§ 4.3.2.1
Nicht - Gleichgewichts-Kühlung und Wolkenbildung in Schockfronten	$\rho_{CM}, \rho_{CM}^z, u_{CM}, e_{CM}^{kin}, e_{CM}^{th}$ $\rho_{ICM}, \rho_{ICM}^z, e_{ICM}$	§ 4.2.2
Ionisation von Wolken	$\rho_{CM}, \rho_{CM}^z, e_{CM}^{kin}$ $\rho_{ICM}, \rho_{ICM}^z, e_{ICM}, u_{ICM}$	§ 4.3.4
Wolken - Wolken - Stöße	e_{CM}, e_{CM}	§ 4.1.2
Evaporation und Kondensation von CM und ICM	$\rho_{CM}, \rho_{CM}^z, u_{CM}, e_{CM}^{kin}, e_{CM}^{th}$ $\rho_{ICM}, \rho_{ICM}^z, e_{ICM}$	§ 4.4
Reibung zwischen Wolken und dem ICM	$u_{CM}, e_{CM}^{kin}, u_{ICM}, e_{ICM}$	§ 4.4
Gleichgewichtskühlung des ICM	e_{ICM}	§ 4.1.3.3
Gleichgewichtskühlung des CM	e_{CM}^{th}	§ 4.1.3.1

Bei Berücksichtigung der Dynamik würde nun das heiße Gas aus dem Gebiet ausströmen und damit den hohen Druck abbauen. In der hier betrachteten, abgeschlossenen Zelle ist dies nicht möglich und der hohe Druck bleibt solange erhalten, bis die innere Energie des ICM abgestrahlt wurde.

Die Vernachlässigung der Dynamik hat andererseits den Vorteil, daß sich die im ISM ablaufenden Prozesse ohne die komplexe dynamische Entwicklung leichter studieren lassen. Dies ist auch einer der Gründe, warum in den meisten bisherigen Entwicklungsrechnungen des ISM die Dynamik vernachlässigt wurde (Ikeuchi et al., 1984; Habe et al., 1984; Struck - Marcell und Scalo, 1987; Ikeuchi und Tomita, 1983, Mc Kee und Ostriker, 1977). Die chemodynamischen Rechnungen in § 5 stellen daher eine der ersten Rechnungen dar, die konsistent die Wechselwirkung mehrere Gasphasen und Sternkomponenten, sowie ihre dynamischen Entwicklung berücksichtigen

4.6.1 Die Anfangsbedingungen

Betrachten wir nun eine homogene, abgeschlossene Zelle der Massendichte ρ_0 . Anfangs sei die Zelle mit einem primordialen CM der Metallizität $Z_{CM} = 0$, der Temperatur $T_{CM} = 10^3 K$, der mittleren Dichte $\rho_{CM} = 0.9 \rho_0$ und mit einem Volumenfüllungsfaktor $f_{CM} = 0.1$ gefüllt. Die Wolken mögen im Druckgleichgewicht mit dem ICM ($f_{ICM} = 0.9$) sein und sich mit Schallgeschwindigkeit c_{ICM} (Gl. 4.66) durch das heiße Gas bewegen. Falls anfangs noch keine Sterne existieren gilt $\rho_{ICM} = 0.1 \rho_0$. In Tabelle 4.3 sind nochmals sämtliche Anfangsbedingungen zusammengefaßt.

Tabelle 4.3: Anfangsbedingungen der ISM - Entwicklungsmodelle in einer abgeschlossenen Zelle

Parameter	Wolkenkomponente	Zwischenwolken - Medium
Gasdichte	$\rho_{CM} = 0.9 \rho_0$	$\rho_{ICM} = 0.1 \rho_0$
Temperatur	$T_{CM} = 10^3 K$	T_{ICM} folgt aus Gl. 4.1 bei gegebenem ρ_{ICM} und e_{ICM} .
thermische Energie	e_{CM}^{th} folgt aus Gl. 4.1 bei gegebenem T_{CM} , ρ_{CM} .	e_{ICM} folgt aus Gl. 4.2 bei gegebenem f_{ICM} , e_{CM}^{th}
kinetische Energie	$e_{CM}^{kin} = 1.5 \rho_{CM} c_{ICM}^2$	—
Metalldichte	$\rho_{CM}^Z = 0$	$\rho_{ICM}^Z = 0$
Volumenfüllungs- faktor	$f_{CM} = 0.1$	$f_{ICM} = 0.9$

Da die Sterne bei ihrer Entstehung die kinematischen und chemischen Eigenschaften des CM übernehmen (siehe § 4.3.1), müssen für die Sternkomponente keine Anfangsbedingungen spezifiziert werden.

Nach Tabelle 4.3 hängen die Modelle im wesentlichen von den folgenden frei wählbaren Anfangsbedingungen ab: ρ_0 , ρ_{CM}/ρ_0 , T_{CM} , f_{CM} . Nun zeigen die numerischen Rechnungen der folgenden Kapitel, daß die Entwicklung des ISM nicht von ρ_{CM}/ρ_0 , T_{CM} und f_{CM} abhängen. Die Entwicklung wird im wesentlichen durch die *Gesamtdichte* ρ_0 bestimmt. Während sich der Massenanteil des CM, die Temperatur und der Volumenfüllungsfaktor durch *Selbstregulation* auf von den Anfangsbedingungen unabhängige Werte einstellen können, ist ρ_0 eine *Erhaltungsgröße*. Dies ist auch einer der Hauptkritikpunkte an diesen *abgeschlossenen "Kastenmodellen"* (sog. closed box models). Hier wird dem ISM eine bestimmte Dichte aufgezwungen. In Wirklichkeit könnte sich auch ρ_0 durch Massenflüsse über den Zellenrand verändern und unter Umständen selbstregulieren.

In den folgenden Abschnitten wird nun die Entwicklung eines durch die Anfangsbedingungen in Tabelle 4.3 bestimmten ISM studiert, wobei wir als einzigen freien Parameter die Gesamtdichte ρ_0 variieren werden.

4.6.2 Die Entwicklung eines abgeschlossenen ISM-Gebietes mit hoher Gesamtdichte.

Abbildung 4.5 zeigt die zeitliche Entwicklung einer abgeschlossenen Zelle mit einer hohen Gesamtdichte $\rho_0 = 3 M_\odot \text{ pc}^{-3}$.

Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit mit ρ_{sf} (siehe Gl. 4.48) ist hier die SFR anfangs sehr hoch (Abb. 4.5). Da zudem die massearmen Sterne noch kaum metallarmes Wasserstoffgas an das ISM zurückliefern, wird das ICM stark mit Metallen angereichert. Die hohe SFR führt zu einer großen Supernovarate und damit über die Wolkenbildung in Supernovahüllen (§ 4.3.2.2) zu einer effektiven *Mischung von Metallen* zwischen der heißen und kühlen Gasphase. Z_{CM} und Z_{ICM} sind daher annähernd gleich groß und die Metallizität der Sternkomponente wächst ebenfalls rasch an.

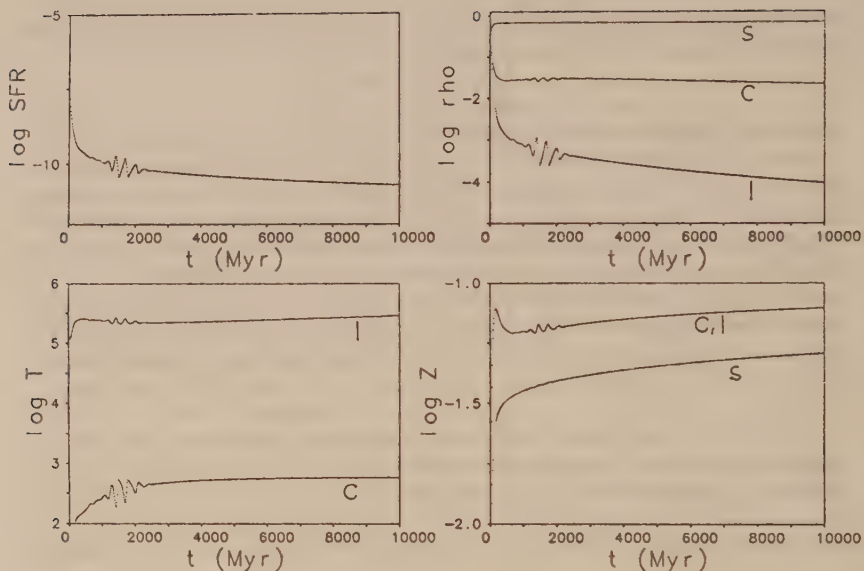


Abb. 4.5: Die zeitliche Entwicklung des ISM in einer abgeschlossenen Zelle mit einer Gesamtdichte von $\rho_0 = 3 M_\odot \text{pc}^{-3}$. Die Sternentstehungsrate SFR ist in $[M_\odot \text{Myr}^{-1} \text{pc}^{-3}]$ angegeben, die Dichte ρ hat die Einheit $[M_\odot \text{pc}^{-3}]$, T ist in $[K]$ gegeben und Z bezeichnet den Massenbruchteil an Metallen. Der Index "I" bezieht sich auf das ICM, mit "C" wird die Wolkenkomponente bezeichnet und "S" bedeutet die massarme Sternkomponente.

In dieser ersten Epoche, die durch eine hohe, exponentiell abfallende SFR und eine schnelle chemische Entwicklung gekennzeichnet ist, kann das System keinen selbst-regulierten Gleichgewichtszustand erreichen. In § 5.4 wird gezeigt werden, daß diese Phase von großer Bedeutung für die frühe Entwicklung von massereichen elliptischen Galaxien ist, die dadurch auf kurzen Zeitskalen eine hohe Metallizität und einen Metallizitätsgradienten aufbauen.

Nach $2 \cdot 10^8$ Jahren ist die frühe Phase unkontrollierter Sternentstehung abgeschlossen. Der größte Teil der Materie ist nun bereits in Sternen kondensiert, und die Temperatur des CM und des ICM wächst an. Das System erreicht schließlich nach einem kurzzeitigen, instabilen Phasenübergang zwischen $t \approx 10^9$ Jahren und $t \approx 2 \cdot 10^9$ Jahren einen *selbstregulierten Gleichgewichtszustand*, den wir als $[SG]$ -Zustand bezeichnen.

Im [SG]–Zustand spielt die Rücklieferung von Materie an das ISM mittels *planetarischer Nebel* eine wichtige Rolle. Da dieses Material nicht zusätzlich metallangereichert ist und alte, massearme Sterne eine geringere Metallizität, als das CM haben kommt es anfangs kurzfristig zu einer Abnahme von Z_{CM} und Z_{ICM} .

Die in der planetarischen Nebelphase eines Sterns ausgestoßene Materie hat dieselbe Metallizität, wie das Gas, aus dem sich der Stern einst bildete.

In der ersten Phase konnte nahezu das gesamte in Wolken kondensierte Gas Sterne bilden ($T_{CM} \approx 100\text{ K}$, $\eta_{sf} \approx 1$; siehe Gl. 4.3). Jetzt ist die Wolkentemperatur $T_{CM} \approx 600\text{ K}$. Nach Gleichung 4.3 befindet sich also nur 20% der Wolkenkomponente in kühlen, Sterne bildenden Kernen ($\eta_{sf} \approx 0.2$). Dies führt nun zu einer *sich selbst regulierenden*, nahezu konstanten SFR. So würde eine Verringerung der SFR zu einer kleineren Heizrate und damit zu einem größeren η_{sf} führen, was die SFR über ρ_{sf} nach Gleichung (4.4) und Gleichung (4.48) erneut anhebt. Umgekehrt führt eine zu große SFR zu mehr Heizung und zu einer kleineren ρ_{sf} . Die Sternentstehungsrate fällt dann wieder auf ihren Gleichgewichtswert ab.

Man beachte, daß diese *Selbstregulierung* erst dadurch möglich wird, daß T_{CM} größer als 100 K ist. Anderenfalls, wie zum Beispiel in der ersten Entwicklungsphase des Modells, führt eine kleinere SFR zu keiner Erhöhung von η_{sf} ($\eta_{sf} = 1$). Damit kommt es aber nicht zu der oben gezeigten *Rückkopplung*, die eine Grundvoraussetzung für die Selbstregulierung ist.

Der [SG]–Zustand des ISM wird im Zusammenhang mit der Dynamik ausführlich in §5.2 diskutiert werden. Er spielt eine wichtige Rolle bei der Entstehung von Zwerggalaxien.

4.6.3 Der gasreiche [SG]–Zustand

Daß der im letzten Kapitel diskutierte, selbstregulierte [SG]–Zustand nicht nur in gasarmen Systemen auftritt, wird durch Abbildung 4.6 demonstriert.

Diese Abbildung zeigt die Entwicklung einer Zelle mit Dichte $\rho_0 = 0.01\text{ M}_\odot\text{ pc}^{-3}$. Aufgrund der geringen Gesamtdichte sind die Kühlzeiten in beiden Gasphasen lang, die Temperatur des ICM und des CM ist von Anfang an hoch, η_{sf} und damit die SFR ist klein. Wir können auch hier wieder aufgrund von $T_{CM} > 100\text{ K}$ eine selbstregulierte Entwicklung mit einer annähernd konstanten SFR beobachten. Man beachte, daß der *Gasanteil* während der ersten $8 \cdot 10^9$ Jahre größer als 50% ist und die *Metallizität* klein bleibt. Die Metallizität der kühlen und heißen Gasphase ist unterschiedlich, da die Mischung zwischen beiden Komponenten ineffektiv ist. Wie in §5.4 gezeigt wird, läßt sich mit diesem ISM–Zustand gut die Entwicklung von *irregulären Zwerggalaxien* beschreiben.

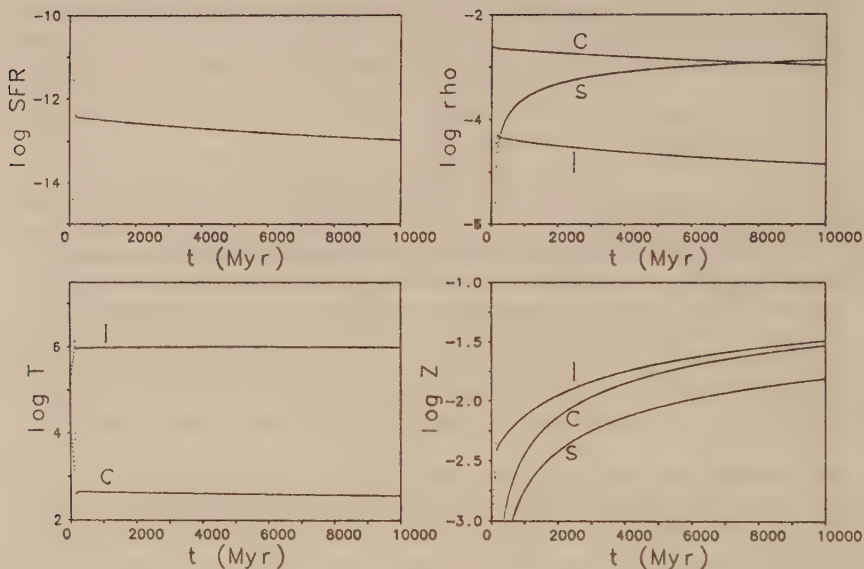


Abb. 4.6: Die Entwicklung einer abgeschlossenen Zelle mit einer Gesamtdichte $\rho_0 = 0.01 M_\odot pc^{-3}$.

4.6.4 Sternentstehungsausbrüche und chaotische Zustände im ISM

In den letzten beiden Abschnitten wurde der [SG]-Zustand von Zellen mit hohem und sehr kleinem ρ_0 untersucht. Im Zwischenbereich ist das ISM *instabil*. Es zeigt dann in gewissen Entwicklungszuständen *periodische Oszillationen*, beziehungsweise ein *chaotisches Verhalten*.

In Abbildung 4.7 ist die Entwicklung eines ISM mit $\rho_0 = 1 M_\odot pc^{-3}$ dargestellt. Nach einer anfangs unkontrollierten Sternentstehungsphase, die der Anfangsentwicklung der in Abb. 4.5 gezeigten Zelle gleicht, kommt auch hier das ISM vorerst in einen [SG]-Zustand. Nach $2.4 \cdot 10^9$ Jahren tritt jedoch ein *Phasenübergang* in einen sogenannten [SB]-Zustand (SB = "star burst") auf, bei dem in periodischen Abständen *Sternentstehungsausbrüche* stattfinden, gefolgt von einer Ruhephase mit geringer SFR. Wie man der Abb. 4.7 außerdem entnehmen kann, werden die Ruhephasen mit abnehmendem Gasgehalt länger und die Ausbrüche werden kürzer. Abbildung 4.8 zeigt im Detail die Entwicklung während einer Ruhe- und Ausbruchphase. Eine detaillierte Analyse dieser Oszillationen ist bei Burkert und Hensler (1989b) zu finden.

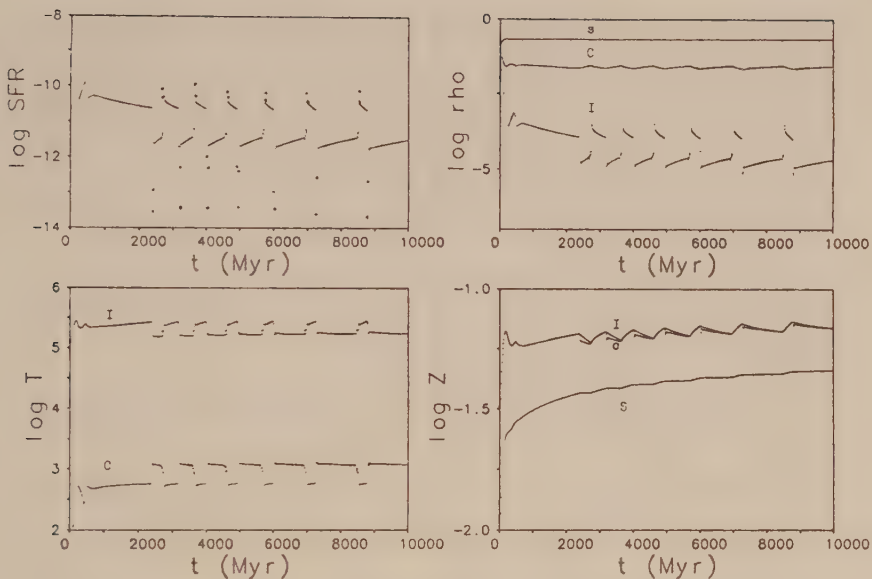


Abb. 4.7: Die Entwicklung einer abgeschlossenen Zelle mit einer Gesamtdichte von $\rho_0 = 1 M_{\odot} pc^{-3}$.

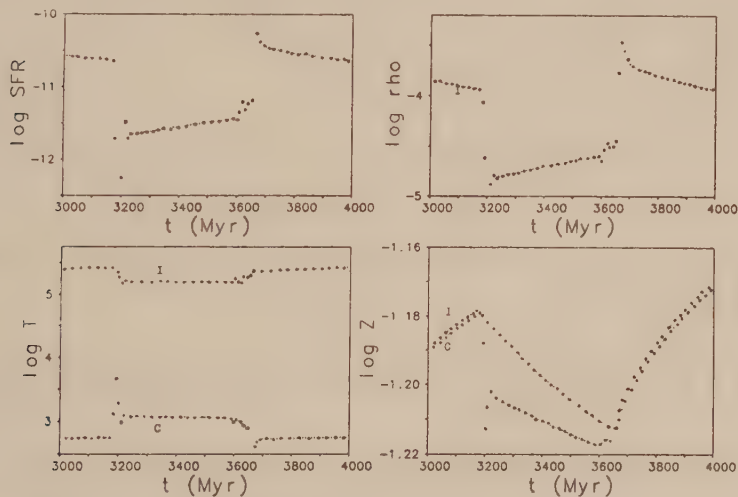


Abb. 4.8: Die Entwicklung des in Abb. 4.7 gezeigten Modells während einer Ruhephase und der Übergang zu einem Sternentstehungsausbruch.

Die [SB]-Phase spielt vor allem in den Endstadien der galaktischen Entwicklung eine wichtige Rolle (siehe § 5.4).

In Abbildung 4.9 ist als ein weiteres Beispiel für eine variable, stark fluktuierende SFR die Entwicklung eines ISM-Gebietes mit Dichte $\rho_0 = 0.1 M_\odot pc^{-3}$ gezeigt. Diesmal ist die Entwicklung chaotisch. In gewissen Epochen (zum Beispiel für $t \approx 9000$ Myr) zeigt die SFR ein zyklisches Verhalten, das heißt, sie erreicht nach einigen Zeitschritten ($\Delta t = 10^5$ Jahre) wieder nahezu ihren früheren Wert.

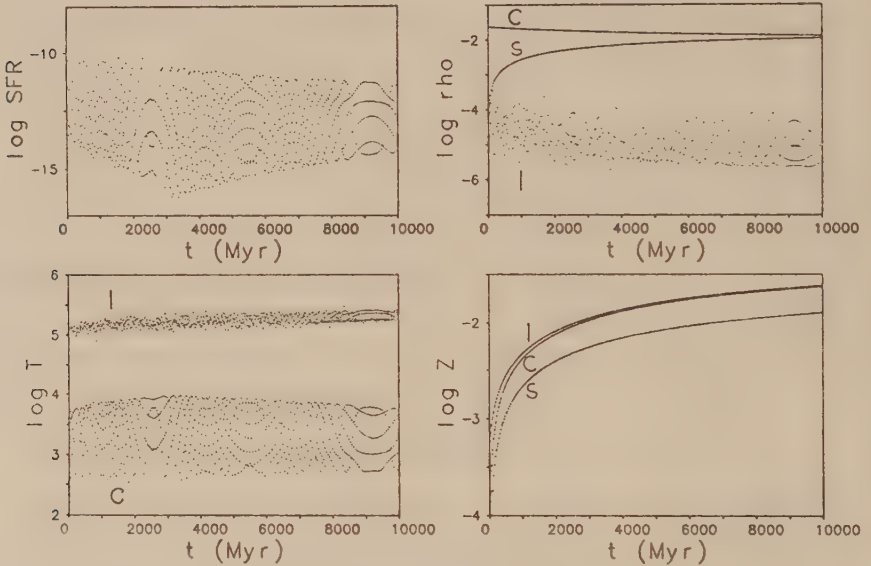


Abb. 4.9: Die chaotische Entwicklung eines ISM-Modells mit einer Anfangsdichte von $\rho_0 = 0.1 M_\odot pc^{-3}$.

4.6.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß das hier vorgestellte ISM-Modell eine Vielfalt von Entwicklungsmöglichkeiten enthält, die von Bedeutung für die galaktische Entwicklung sein können.

Für hohe und niedrige Gasdichten finden wir einen *selbstregulierten Gleichgewichtszustand* ([SG]-Zustand). Für Anfangsdichten zwischen $0.5 M_\odot pc^{-3}$ und $2 M_\odot pc^{-3}$ kommt es zu *Sternentstehungsausbrüchen* ([SB]-Zustand) und bei bestimmten ρ_0 zu einer *chaotischen Entwicklung*. Ein derartiges Verhalten

wurde bereits von Scalo und Struck - Marcell (1986) und Struck - Marcell und Scalo (1987) für ein einfacheres, gekoppeltes Wolken - Sternsystem entdeckt. Es zeigt sich, daß die Ergebnisse von Scalo und Struck - Marcell auch auf das hier beschriebene, komplexere ISM - Modell zutreffen (Burkert und Hensler, 1989b).

5. Die chemodynamische Entwicklung von Galaxien

In Kapitel 4 haben wir die komplexe Wechselwirkung zwischen dem ISM und der Sternkomponente untersucht. Es wurde auch bereits darauf hingewiesen, daß diese "Kastenmodelle" nur eine begrenzte Gültigkeit haben, da die Dynamik vernachlässigt wird. Wir werden daher nun das *vollständige*, in § 4.5 aufgestellte *chemodynamische Gleichungssystem* unter Berücksichtigung der Dynamik lösen.

Als erstes werden in § 5.1 kurz die wichtigsten Eigenschaften der bisherigen, sogenannten *dissipativen Modelle* der galaktischen Entwicklung diskutiert.

Anschließend wird in § 5.2 begründet, warum die neuen Modelle als *chemodynamische Modelle* bezeichnet werden und was sie von den dissipativen Galaxienmodellen unterscheidet. Eine Haupteigenschaft von *chemodynamischen Modellen* ist die *Selbstregulierung*. Damit können wir in § 5.2.5 theoretisch erklären, warum massereiche gEs kompakte Systeme sind, die eine heftige *Kollapsphase* hatten, während dGs diffus und annähernd im Virialgleichgewicht blieben. In § 5.2.5 soll auch gezeigt werden, warum der *Phasenübergang* zwischen kompakten und diffusen Galaxien bei $10^{10} M_{\odot}$ auftritt.

Ein konsistentes Modell der Galaxienentwicklung sollte nicht nur global die Eigenschaften von dGs und gEs erklären, sondern auch ihre detaillierte *innere Struktur* reproduzieren können. So wird zum Beispiel in gEs, zusätzlich zur dominierenden Sternkomponente, eine *heiße*, die Galaxie einhüllende *Gasphase* beobachtet. Die dGs lassen sich als frühe, gasarme oder späte, gasreiche Systeme klassifizieren. Jede Gruppe zeigt wiederum für sich eine Unterteilung in verschiedene Galaxientypen mit Unterschieden in ihrem inneren Aufbau. Die wichtigsten *Beobachtungen* zur inneren Struktur von gEs und dGs werden daher in § 5.3 zusammengefaßt.

In § 5.4 werden dann schließlich *numerische Modellrechnungen* zur chemodynamischen Entwicklung von Galaxien vorgestellt, mit denen sich die unterschiedlichen Galaxientypen, selbst im Detail gut verstehen lassen.

5.1 Dissipative Galaxienmodelle

Die meisten bisherigen dynamischen Modelle zur Galaxienentwicklung sind sogenannte *dissipative Entwicklungsmodelle* (siehe zum Beispiel: Larson, 1969, 1975, 1976; Carlberg, 1984; Burkert und Hensler, 1987a, 1988). Hier wird die Annahme gemacht, daß Protogalaxien durch ein System von dissipativ miteinander stoßenden *Gaswolken* beschrieben werden können (Gott, 1977; Silk und Norman, 1981; siehe § 4.1). Selbst, wenn das System zu Beginn in einem *Virialgleichgewicht* ist, führt *Energiedissipation* durch Wolken - Wolken - Stöße zu einem anfangs radialen Kol-

laps. In *rotierenden* Systemen kommt es nach einer *Dissipationszeitskala* zu einer *zweiten Kollapsphase*, nachdem die Protogalaxie aufgrund von Energiedissipation soweit kontrahiert ist, daß Zentrifugalkräfte die Gravitationskraft kompensieren können. Das Gas fällt nun parallel zur Rotationsachse in die Äquatorebene. Die während des Kollapses entstandenen *Sterne* können die Äquatorebene ungestört durchlaufen. Sie bilden die heutige anisotrope, sphäroidale Komponente von Galaxien. Die stoßdominierten *Wolken* dissipieren jedoch ihre kinetische Energie in der Äquatorebene und formen die rotationsgestützte *galaktische Scheibe*.

Nach diesem dissipativen Modell hängt die *Hubblesequenz*, das heißt die Unterteilung der massereichen Galaxien in gasarme, sphäroidale E-Galaxien und in gasreiche Scheibengalaxien im wesentlichen von der *Sternentstehungszeitskala* τ_{sf} und der *Dissipationszeitskala* τ_{diss} ab. Falls die Sternentstehung während der ersten, radialen Kollapsphase sehr effizient ist ($\tau_{sf} < \tau_{diss}$), bleibt kein Gas übrig, um in der zweiten Phase eine Scheibe zu formen, und es entsteht eine *elliptische Galaxie*. Anderenfalls bildet sich eine *Spiralgalaxie*.

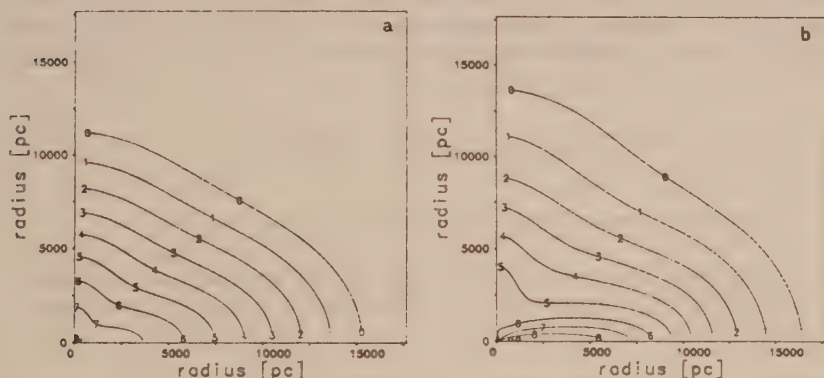


Abb. 5.1a,b: Dichtekonturen der Sternkomponente einer dissipativ entstehenden Scheibengalaxie im ersten Quadranten der meridionalen Ebene. Abb. 5.1a zeigt die Halokomponente nach $t = 2 \tau_{ff}$. Die Dichtekonturen (Einheit: $M_{\odot} \text{pc}^{-3}$) sind in logarithmischen Abständen angegeben, mit $\log \rho_0 = -3.05$ bis $\log \rho_8 = -1.35$. Abb. 5.1b zeigt die neu entstandene Scheibe nach $t = 3 \tau_{ff}$, mit $\log \rho_0 = -3.05$ und $\log \rho_8 = -0.16$.

In den *numerischen Rechnungen* zur dissipativen Galaxienentwicklung werden die Wolken- und Sternkomponenten üblicherweise dynamisch getrennt behandelt. Als Wechselwirkung berücksichtigt man nur den Austausch von Gas zwischen Sternen und dem ISM. So entstehen während des Kollapses Sterne aus den Wolken und

geben metallangereicherte Wolken an das ISM zurück.

Abbildung 5.1 zeigt den achsialsymmetrischen, dissipativen Kollaps einer anfangs gasförmigen, sphärisch symmetrischen und starr rotierenden Protogalaxie der Masse $M = 10^{11} M_{\odot}$, Anfangsdichte $\rho = 6 \cdot 10^{-26} \text{ g cm}^{-3}$ (freie Fallzeit $\tau_{ff} = 2.7 \cdot 10^8 \text{ Jahre}$) und mit der Anfangswinkelgeschwindigkeit $\omega = 2 \cdot (10^9 \text{ Jahre})^{-1}$ (Burkert und Hensler, 1987a, 1988).

In den ersten zwei freien Fallzeiten bildet sich ein metallarmer, langsam rotierender und anisotroper *Halo* (Abb. 5.1a). In diesem Halo fällt dann das restliche primordiale Gas, zusammen mit metallangereichertem, reprozessierten Gas in die galaktische Ebene, wo es seine kinetische Energie dissipiert und eine metallreiche, rotationsgestützte *Scheibe* formt. Nach $3 \tau_{ff}$ hat die Galaxie ihren Gleichgewichtszustand erreicht (Abb. 5.1b).

Die dissipative Galaxienentwicklung wird durch zwei Prozesse reguliert: Energiedissipation und Sternentstehung. Die *Dissipationszeitskala* τ_{diss} läßt sich durch Gleichung (3.9) abschätzen. Falls die Wolken annähernd *Jeansmassen* haben und das CM insgesamt 10% der Gesamtvolumens einnimmt ($f_{CM} = 0.1$), so folgt (Wang und Scheuerle, 1984)

$$\tau_{diss} \approx 3.5 \left(\frac{M}{3 \cdot 10^{11} M_{\odot}} \right)^{-0.5} \left(\frac{R}{60 \text{ kpc}} \right) \left(\frac{T_{CM}}{10^4 \text{ K}} \right)^{0.5} \tau_{ff} . \quad (5.1)$$

wobei M die Gesamtmasse der Galaxie und R ihr Gesamtradius ist.

Da in dissipativen Galaxienmodellen die energetische Wechselwirkung vernachlässigt wird, muß T_{CM} vorgegeben werden. Üblicherweise wählt man (Larson, 1969) $T_{CM} = 10^4 \text{ K}$.

Betrachten wir nun speziell *massereiche Galaxien* mit $M \geq 10^{10} M_{\odot}$, so gilt mit Gleichung (2.20) und (2.21): $R \sim M^{0.5}$. Damit ist τ_{diss} / τ_{ff} nach Gleichung (5.1) näherungsweise konstant,

$$\tau_{diss} \approx 3 \tau_{ff} - 4 \tau_{ff} . \quad (5.2)$$

Bei konstantem τ_{diss} / τ_{ff} hängt die Entwicklung hauptsächlich von der *Sternentstehungszeitskala* τ_{sf} / τ_{ff} ab. τ_{sf} läßt sich definieren als

$$\tau_{sf} = \frac{\rho_{CM}}{|\partial \rho_{*} / \partial t|_{sf}} , \quad (5.3)$$

wobei $(\partial \rho_i / \partial t)_{sf}$ die *Sternentstehungsrate* bezeichnet.

Für eine quadratische Abhängigkeit der SFR von der Gasdichte (Gl. 4.48) gilt zum Beispiel (siehe auch Gl. 3.4b)

$$\tau_{sf} \sim \rho_{CM}^{-1} \sim \tau_{ff}^2. \quad (5.4)$$

Demnach hatten Galaxien, die aus primordialen 3σ -Dichtefluktuationen mit einem hohen ρ_{CM} und einem kleinen τ_{ff} entstanden, eine Sternentstehungszeitskala, die kleiner als $3\tau_{ff}$ und damit kleiner als τ_{diss} sein konnte. Diese Galaxien sollten sich nach der dissipativen Galaxientheorie zu gEs entwickeln. Galaxien, die aus primordialen 1σ -Fluktuationen mit kleinem ρ_{CM} und großem τ_{ff} entstanden, hatten nach Gleichung 5.4 unter Umständen eine größere $\tau_{sf} > \tau_{diss}$ und formten Spiralgalaxien.

Dieses Szenario ist in Übereinstimmung mit der *Sternentstehungsgeschichte* $SFR(t)$ von verschiedenen Hubble-Typen, wie sie zum Beispiel von Sandage (1986) durch Vergleich der beobachteten Farben von Galaxien mit theoretischen Sternpopulations-Entwicklungsmodellen abgeleitet wurde (Abb. 5.2).

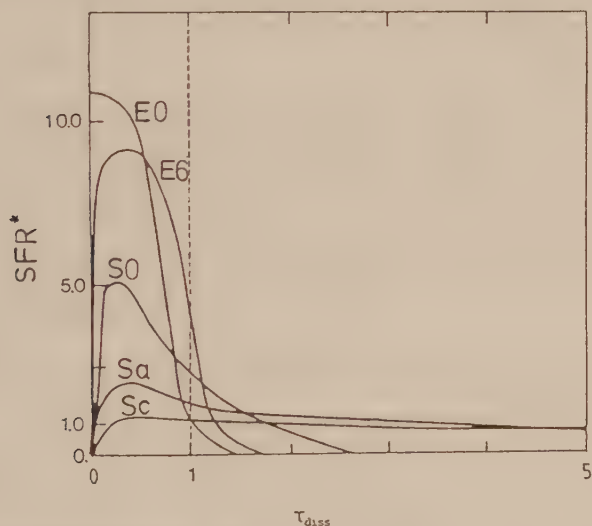


Abb. 5.2: Die Sternentstehungsrate $SFR^* = SFR \cdot (M / 10^{12} M_{\odot})$ in $[M_{\odot} \text{ yr}^{-1}]$ für verschiedene massereiche Galaxientypen als Funktion der Zeit in Einheiten der Dissipationszeitskala τ_{diss} (nach Sandage, 1986). M bezeichnet die Gesamtmasse der Galaxien.

Mit den bisherigen dissipativen Modellen erhält man zwar einen ersten Einblick in die unterschiedliche Entwicklung von elliptischen und Spiralgalaxien, sie sind jedoch nicht in der Lage, die in §5.3 zusammengestellten, beobachteten Eigenschaften der unterschiedlichen Galaxientypen zu erklären. Damit läßt sich auch nicht der Unterschied zwischen den kompakten gEs und den diffusen dGs verstehen. Eine besondere Eigenschaft dieser Modelle ist schließlich die *Entkopplung der Dynamik von der chemischen Entwicklung* der Galaxie. So hat die Metallizität in dem oben diskutierten numerischen, dissipativen Modell (Abb. 5.1) keinen Einfluß auf die dynamische Entwicklung des Systems. Andererseits kann aber die Dynamik eine oft vernachlässigte, wichtige Bedeutung für die chemische Evolution haben.

5.2. Die Bedeutung der Selbstregulation für die Entwicklung von Galaxien

In den dissipativen Modellen werden energetische Prozesse im ISM vernachlässigt. Man kann das ISM dann durch eine einzige, Sterne bildende Gaskomponente (Wolken) beschreiben. Nun wurde bereits in §4 gezeigt, daß die *energetische Wechselwirkung* zwischen Sternen und dem ISM einen großen Einfluß auf die SFR und auf die *chemische Entwicklung* von Galaxien hat. In diesem Abschnitt soll nun gezeigt werden, daß energetische Heizungs- und Kühlungsprozesse auch eine wichtige Rolle bei der *dynamischen Entwicklung* spielen, da dadurch die Galaxien zu *selbstregulierten* Systemen werden können. In diesem Fall ist aber das in §5.1 diskutierte, rein dissipative Bild der Galaxienentstehung falsch, wie durch Abbildung 5.3 demonstriert wird.

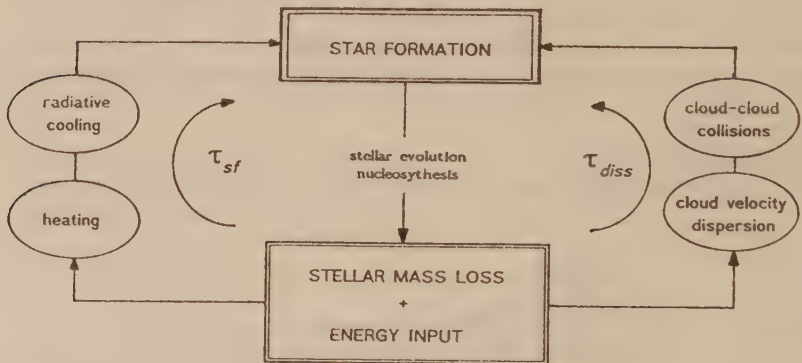


Abb. 5.3: Die beiden selbstregulierten und miteinander gekoppelten Entwicklungszyklen von chemodynamischen Galaxienmodellen, die die Sternentstehungs- und Dissipationszeitskala bestimmen. Der linke, τ_{sf} bestimmende Zyklus wird als *Sternentstehungszyklus* bezeichnet, der rechte, τ_{diss} regulierende Zyklus ist der *Kollapszyklus*.

Abb. 5.3 zeigt die beiden wichtigsten, sich selbst regulierenden und miteinander über die Sternentstehung gekoppelten Zyklen in Galaxien, die die Sternentstehungszeitskala und die Dissipationszeitskala bestimmen.

5.2.1 Der Sternentstehungszyklus

Betrachten wir als erstes den linken, τ_{sf} festlegenden *Sternentstehungszyklus*. Es können hier zwei verschiedene Arten von Rückkopplung auftreten, die bereits ausführlich in § 4.6 diskutiert wurden. So pendelt sich die SFR in der $[SG]$ -Phase auf einen nahezu konstanten Wert ein, der durch die Bedingung festgelegt wird, daß die Kühlung des CM durch die Heizrate gerade kompensiert wird. In § 4.6 wurde gezeigt, daß sich ein solcher Gleichgewichtszustand bei hohen und niedrigen Gasdichten und Sternentstehungsraten einstellen kann, wenn $T_{CM} > 100\text{ K}$ ist.

Die Modelle in § 4.6 hatten außerdem gezeigt, daß unter bestimmten Bedingungen *Sternentstehungsausbrüche* ($[SB]$ -Zustand) auftreten können. In diesem Fall kann zum Beispiel eine zufällig erhöhte SFR zu einer höheren Supernovarate führen, die wiederum durch nicht-thermische Kühlung in Supernova-Hüllen mehr kühle Wolken produzieren und außerdem durch eine Kompression des CM zu einer effektiveren Kühlung des CM führen (siehe § 4.1.3.2). Damit induziert die Sternentstehung weitere Sternentstehung, und es kommt zu einem Ausbruch (Burkert und Hensler, 1989b).

5.2.2 Der Kollapszyklus

Die *dynamische Entwicklung* von Protogalaxien wird durch den in Abb. 5.3 auf der rechten Seite dargestellten *Kollapszyklus* bestimmt, der auch selbstregulierend sein kann und die *Dissipationszeitskala* festlegt. Um diesen Effekt zu erkennen, müssen wir die Bewegungsgleichungen (4.79) analysieren. Der frühe Kollaps der Wolkenkomponente von Protogalaxien wird durch die *kinetische Dispersionsenergie* e_{CM}^{kin} reguliert. Da außerdem nach § 4.3.1 die Dynamik der Sternkomponente eng mit der Dynamik des CM gekoppelt ist, bestimmt e_{CM}^{kin} auch die spätere dynamische Entwicklung des Sternsystems.

Abb. 5.3 verdeutlicht die enge Kopplung zwischen der Sternentstehung und e_{CM}^{kin} aufgrund von Wolken-SNR-Stößen und der Wolkenentstehung in SNRs. Dadurch kann es zu einer selbstregulierenden Wirkung und zu einem *dynamischen Gleichgewichtszustand* kommen, den wir kurz als $[DG]$ -Zustand bezeichnen werden. Der *Kollaps* einer Galaxie wird hingegen kurz als $[DC]$ -Zustand bezeichnet.

Im $[DG]$ -Zustand wird der Energieverlust aufgrund von Wolken-Wolken-Stößen durch die Energiezufuhr mittels SNR-Wolken-Stößen und der Entstehung neuer Wolken mit großer Dispersionsenergie kompensiert. Hier kommt es

zu keinem Kollaps und τ_{diss} , definiert als diejenige Zeitskala, innerhalb der e_{CM}^{kin} um einen Faktor e abgenommen hat, ist formal unendlich. Daß dieser Zustand selbstregulierend ist, das heißt, zu einem zeitlich nahezu konstanten e_{CM}^{kin} führen kann, folgt zum Beispiel daraus, daß ein etwas zu kleines e_{CM}^{kin} einen Kollaps einleiten würde, der zu einer größeren Verdichtung und damit wiederum zu einer größeren SFR führen kann. Damit erhöht sich aber auch die Supernovarate und die Energiezufuhr an das CM, e_{CM}^{kin} wächst wieder an und der Kollaps wird gestoppt. Umgekehrt führt ein etwas zu großes e_{CM}^{kin} zu einer *Expansion* des Systems, ρ_{CM} und ρ_{sf} kann dadurch abnehmen, die SFR und Supernovarate wird geringer und die Energiedissipation überwiegt, bis sich wieder der frühere Gleichgewichtszustand eingestellt hat.

In dieser [DG]-Phase erwarten wir also eine langsame Relaxation des Systems zu einem bestimmten Dichteprofil, bei dem sich das oben beschriebene Gleichgewicht einstellen kann. Wie die numerischen Rechnungen zur Entstehung von Zwerggalaxien zeigen werden, läßt sich dieses Dichteprofil gut durch ein Exponentialgesetz beschreiben (siehe § 5.4.4). Da die Gaskomponente außerdem nahezu im Virialgleichgewicht ist, wird auch die daraus entstehende Sternkomponente nach den Ergebnissen von § 3.5.2 eine exponentielle Dichteverteilung zeigen, was gut mit den Beobachtungen von dGs übereinstimmt.

Im [DC]-Zustand kann der Kollaps nicht durch Energiezufuhr gestoppt werden. Diese Phase tritt zum Beispiel dann auf, wenn die Temperatur des ICM, T_{ICM} groß, T_{CM} klein und damit auch f_{CM} nach Gleichung (4.2) klein ist. Ein SNR zerfällt dann bereits in der *Sedov-Phase* (§ 4.3.2.2), es entstehen keine neuen Wolken und die Energiezufuhr an e_{CM}^{kin} durch SNR-Wolken-Stöße ist aufgrund des kleinen f_{CM} gering (siehe Gl. 4.54). Durch das hohe T_{ICM} kommt es außerdem zu einer effektiven *Evaporation* der Wolken (siehe § 4.4).

Nach diesen Überlegungen sollte der Kollaps mit der Entstehung eines heißen, dünnen ICM gekoppelt sein, das aufgrund von internen Druckgradienten nach außen fließen kann, während gleichzeitig die Wolkenkomponenten kollabiert. Genau dieses Szenario zeigt sich bei den chemodynamischen Modellen (siehe § 5.4.3).

5.2.3 Der Unterschied zwischen chemodynamischen und dissipativen Galaxienmodellen

In dem in § 5.2.2 vorgestellten, neuen Bild der galaktischen Entwicklung hängen τ_{sf} und τ_{diss} nicht mehr, wie bei den früheren *dissipativen* Modellen (§ 5.2.1) in einfacher Weise von den Anfangsbedingungen (Anfangsdichte) ab. In der [SG]- und [DG]-Phase können τ_{sf} und τ_{diss} sogar nahezu unabhängig von der speziell gewählten Anfangsdichte sein. Wie bei den Kastenmodellen von § 4.6 kann sich durch die Selbstregulierung ein Gleichgewichtszustand einstellen, der zum Beispiel

nur von der Gesamtmasse abhängt.

Wie die chemodynamischen Rechnungen außerdem zeigen werden, spielen *galaktische Winde*, das heißt das Ausfließen von heißem, metallreichem ICM eine wichtige Rolle für die chemische und dynamische Entwicklung von Galaxien. Wir müssen daher, im Gegensatz zu den früheren Rechnungen, das CM und das ICM dynamisch getrennt betrachten.

Die SFR und damit auch der Sternentstehungs- und Kollapszyklus hängt nun von der *metallabhängigen Kühlung* des CM und des ICM ab. Im Gegensatz zu den dissipativen Modellen ist nun, über die Kühlungsfunktion, die dynamische und chemische Entwicklung von Galaxien eng miteinander verknüpft und darf nicht getrennt untersucht werden. Dies ist auch der Grund, warum diese neuen Modelle als *chemodynamische Modelle* bezeichnet werden. In diesen Rechnungen wird erstmals die detaillierte chemische Entwicklung des ISM, seine Kühlung und energetische Wechselwirkung mit den Sternen und gleichzeitig auch die dynamische Entwicklung berücksichtigt.

5.2.4 Phasenübergänge zwischen verschiedenen Entwicklungszuständen von Galaxien

Nach den Überlegungen von § 5.2.1 und § 5.2.2 können sich Galaxien in jeweils einem von zwei möglichen Sternentstehungs- und dynamischen Zuständen befinden. Insgesamt sind also vier verschiedene *Entwicklungszustände* möglich.

Im $[SG/DG]$ – Zustand ist die Galaxie in einem *Sternentstehungs – Gleichgewicht* und kann nicht kollabieren.

Im $[SG/DC]$ – Zustand kommt es zu einem Kollaps, die Sternentstehungsrate kann jedoch durch energetische Heizprozesse reguliert werden.

Im $[SB/DG]$ – Zustand erfährt die nicht kollabierende Galaxie einen *Sternentstehungsausbruch*.

Im $[SB/DC]$ – Zustand kommt es schließlich während des Kollapses zu einem *Sternentstehungsausbruch*.

Im Laufe der galaktischen Entwicklung treten *Phasenübergänge* zwischen den einzelnen Entwicklungszuständen auf. So wird in § 5.4 gezeigt werden, daß gEs durch die Entwicklung $[SG/DC] \Rightarrow [SB/DC]$ entstehen können, während andererseits frühe Zwerggalaxien einen Phasenübergang $[SG/DG] \Rightarrow [SB/DG]$ zeigen. In der Regel läßt sich für bestimmte Anfangsbedingungen der Entwicklungszustand und eventuelle Phasenübergänge nicht mehr analytisch vorhersagen.

Dazu sind die in § 4 diskutierten Wechselwirkungsprozesse zwischen den Sternen und dem ISM zu komplex. Nun zeigen aber alle chemodynamischen Rechnungen, daß in eindimensionalen Systemen generell kein Phasenübergang [DC] $\Rightarrow$ [DG] stattfindet. Eine einmal kollabierende Wolkenkomponente in Protogalaxien kann also nicht mehr in einen dynamischen Gleichgewichtszustand kommen. Der Kollaps kann dann nur dadurch gestoppt werden, daß die gesamte Wolkenkomponente verbraucht wird. Das heißt, ein Großteil der Wolken kondensiert in einer [SB]-Phase zu Sternen, der Rest wird durch Evaporation und Ionisation zerstört. Damit läßt sich zum Beispiel der in den Modellen (§ 5.4.3) zu beobachtende, abrupte Abbruch der Sternentstehung von gEs erklären.

Im nächsten Kapitel wird untersucht, wann Protogalaxien kollabieren und warum der Kollaps der Wolkenkomponente in der Regel nicht gestoppt werden kann.

5.2.5 Der protogalaktische Kollaps

Galaxien entstehen nur dann, wenn das primordiale, metallarme Gas auf Zeitskalen kühlen kann, die kleiner als das Weltalter sind. Nur in diesem Fall bilden sich Molekülwolken in denen dann Sternentstehung stattfindet.

Abbildung 5.4 zeigt das sogenannte *Kühlungsgebiet*, das innerhalb der *Kühlungskurve* $\tau_{cool} < \tau_{ff}$ liegt (Blumenthal et al., 1984; Silk, 1985). Protogalaxien mit mittleren Teilchendichten n und Virialtemperaturen T , beziehungsweise Virialgeschwindigkeiten v konnten nur dann effektiv Sterne bilden, wenn sie anfangs in dem Kühlungsgebiet lagen. v und T ist hier mit der Gesamtmasse M und dem Gesamtradius R des Systems über die Beziehung:

$$T = \frac{\mu m_H}{3 k_B} v^2 = \frac{\mu m_H}{3 k_B} \frac{G M}{R} \quad (5.5)$$

verbunden, wobei μ das mittlere Molekulargewicht und k_B die Boltzmannkonstante bezeichnet.

Wie man in Abb. 5.4 sieht, laufen die primordialen 1σ - bis 3σ -Fluktuationen des Λ CDM-Modells durch das Kühlungsgebiet. Außerdem zeigen die mit eingezeichneten Beobachtungen, daß massearme und massereiche Galaxien in diesem Gebiet liegen. Galaxienhaufen ($n \approx 10^{-3} \text{ cm}^{-3}$; $v \approx 500 \text{ km/s}$; siehe z.B. Silk, 1985) befinden sich hingegen außerhalb und konnten daher nicht innerhalb eines Weltalters effektiv abkühlen.

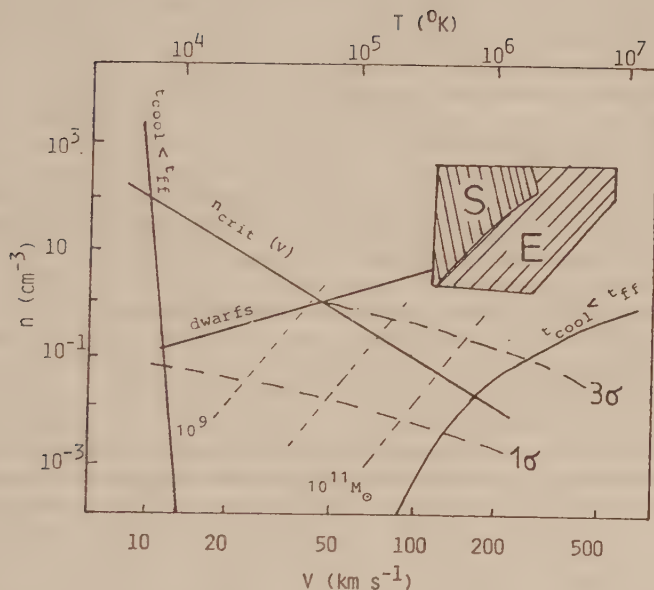


Abb. 5.4: Die mittlere Gasdichte n als Funktion der Virialgeschwindigkeit v , beziehungsweise der Virialtemperatur T . Die Kühlungskurve $t_{cool} < t_{ff}$ begrenzt das Gebiet in dem Sternentstehung stattfinden kann (Dekel und Silk, 1986). Die gestrichelt eingezeichneten, mit 1σ und 3σ bezeichneten Kurven zeigen primordiale 1σ - und 3σ -CDM-Fluktuationen (Blumenthal et al., 1984; siehe auch § 2). Die drei anderen gestrichelten Linien sind Kurven mit konstanter Gesamtmasse. Die als "dwarfs" bezeichnete Linie entspricht der heute beobachteten $n-v$ -Relation von Zwerggalaxien (Dekel und Silk, 1986). Das schraffierte Gebiet zeigt den heutigen Zustand von massereichen Galaxien (S: Spiralgalaxien; E: Elliptische Galaxien). Die Kurve $n_{crit}(v)$ teilt das Kühlungsgebiet in zwei Bereiche. Galaxien, die aus Dichtefluktuationen mit $n > n_{crit}$ entstanden, konnten kollabieren. Für $n < n_{crit}$ fand kein Kollaps statt.

Galaxien, die sich von den in Abb. 5.4 gestrichelt eingezeichneten CDM-Fluktuationen bildeten, konnten nur dann kollabieren, wenn ihre *Energiedissipationsrate* $(\partial e_{CM}^{kin} / \partial t)_{diss}$ größer als die *Energiezufuhr* $(\partial e_{CM}^{kin} / \partial t)_{SN}$ durch Supernovae (siehe § 5.2.2 und § 4.3.2) war.

Die *Energiedissipationsrate* läßt sich abschätzen zu

$$\left(\frac{\partial e_{CM}^{kin}}{\partial t} \right)_{diss} = - \frac{e_{CM}^{kin}}{\tau_{diss}}, \quad (5.6a)$$

wobei die *Dissipationszeitskala* τ_{diss} durch

$$\tau_{diss} = \frac{1}{n_C v \sigma_C} \quad (5.6b)$$

gegeben ist. n_C ist hier die Anzahldichte der Wolken. $\sigma_C = 0.2 \pi r_C^2$ (Gl. 4.6) bezeichnet den Stoßquerschnitt und r_C ist der mittlere Wolkenradius.

Die *Energiezufuhr* läßt sich näherungsweise durch die Gleichung

$$\left(\frac{\partial e_{CM}^{kin}}{\partial t} \right)_{SN} = \eta \cdot \varepsilon \cdot \left(\frac{\partial \rho_*}{\partial t} \right)_{sf} \quad (5.7)$$

beschreiben, wobei $(\partial \rho_* / \partial t)_{sf}$ die Sternentstehungsrate bedeutet, ε die Energiezufuhr an das ISM pro Gramm an neu gebildeten Sternen bezeichnet und η den Energiebruchteil von ε angibt, der in kinetische Energie e_{CM}^{kin} der Wolken umgewandelt wird. ε läßt sich nach Silk (1985) abschätzen zu: $\varepsilon \approx 10^{16} \text{ erg g}^{-1}$.

Die *Sternentstehungsrate* ist nach Gleichung (5.3)

$$\left(\frac{\partial \rho_*}{\partial t} \right)_{sf} = \frac{\rho_{CM}}{\tau_{sf}} = \frac{n \mu m_H}{\tau_{sf}}, \quad (5.8)$$

wobei angenommen wurde, daß während der Sternentstehungsphase die meiste baryonische Masse im CM gespeichert ist, was sich auch nach den Modellrechnungen bestätigt.

Protogalaxien können nur dann kollabieren, wenn

$$\left| \left(\frac{\partial e_{CM}^{kin}}{\partial t} \right)_{diss} \right| > \left(\frac{\partial e_{CM}^{kin}}{\partial t} \right)_{SN} \quad (5.9)$$

Wir setzen nun die Gleichungen (5.6a,b), (5.7) und (5.8) in Gleichung (5.9) ein. Mit der Abschätzung $r_C \approx 100 \text{ pc}$, $m_W \approx 10^6 M_\odot$ (siehe z.B. Gl. 4.7a,b), $\mu \approx 0.6$ (Blumenthal et al. 1984) und der Beziehung $e_{CM}^{kin} \approx 1.5 \rho_{CM} v^2$ folgt die *Kollapsbedingung*

$$n > n_{crit}(v) = 10^6 \left(\frac{\tau_{sf}}{10^9 \text{ yr}} \right)^{-1} \left(\frac{v}{\text{km/s}} \right)^{-3} \text{ cm}^{-3} \quad (5.10)$$

$n_{crit}(\nu)$ ist für $\tau_{sf} = 10^9$ Jahre als durchgezogene Linie im Kühlungsdiagramm (Abb. 5.4) eingezeichnet. Mit der Ungleichung (5.10) können wir nun den Entwicklungszustand von Galaxien genauer festlegen. So befinden sich die Systeme im [DC]-Zustand, wenn $n > n_{crit}$ ist. Im [DG]-Zustand gilt andererseits $n \leq n_{crit}$.

Galaxien, die aus Dichtefluktuationen mit einer hohen Baryonendichte $n > n_{crit}$ entstehen, müssen also kollabieren. Dieser Kollaps kann nach Gleichung (5.10) nur gestoppt werden, wenn ν oder τ_{sf} so klein wird, daß $n < n_{crit}$ ist. Nach Gleichung (5.5) gilt bei annähernd konstanter Gesamtmasse $\nu \sim R^{-0.5}$, das heißt, während des Kollapses nimmt ν eher zu, was die chemodynamischen Modelle bestätigen. Die kollabierende Galaxie hatte also nur die Möglichkeit, über einen *Sternentstehungsausbruch* mit einem kleinen τ_{sf} in einen [DG]-Zustand zu kommen. Nun wird in der Regel angenommen, daß die Sternentstehungsrate nicht stärker als das Quadrat der Gasdichte anwächst (Larson, 1969, 1975; Carlberg, 1984). In diesem Fall fällt τ_{sf} nach Gleichung (5.3) höchstens mit $\tau_{sf} \sim \rho_{CM}^{-1}$ ab. Mit $\rho_{CM} \approx n$ wächst dann $n_{crit}(\nu)$ nach Gleichung (5.10) nicht steiler als n an. Damit bleibt die Ungleichung (5.10) aber auch während des Kollapses gültig. In Übereinstimmung mit den numerischen Rechnungen von § 5.4 kann also ein einmal einsetzender Kollaps nicht mehr gestoppt werden. Die Galaxie wird dann einen Sternausbruch erfahren, in dem ein Teil der Wolken zu Sternen kondensiert und der andere Teil zerstört wird.

Damit läßt sich nun die Entstehung von gEs und dGs erklären. Massereiche E-Galaxien entstanden aus primordialen 2σ - und 3σ -Fluktuationen mit $n > n_{crit}$. Sie hatten daher eine heftige Kollapsphase, wobei der größte Teil der Materie auf kurzen Zeitskalen während einer [SB|DC] → Phase in Sterne umgewandelt werden mußte, da der Kollaps nach den obigen Überlegungen nicht anders gestoppt werden konnte.

Galaxien mit Anfangsdichten $n < n_{crit}$ hatten hingegen keine frühe Kollapsphase. Diese Systeme blieben nahezu im Virialgleichgewicht mit einer relativ kleinen, lange andauernden SFR ([SG|DG]-Zustand). Ihre chemische und dynamische Entwicklung wurde durch das Gleichgewicht zwischen Energiedissipation, Energieabstrahlung und Energiezufuhr bestimmt war. Diese Protogalaxien entwickelten sich zu *diffusen frühen* und *späten Zwerggalaxien*.

In der Regel entstanden Protogalaxien im CDM-Modell aus primordialen Dichtestörungen, die zwischen den in Abb. 5.4 gestrichelt eingezeichneten 1σ - bis 3σ -Fluktuationen lagen (Dekel und Silk, 1986). Da nun die 3σ -Kurve die kritische Linie $n_{crit}(\nu)$ näherungsweise bei Galaxienmassen $M_{crit} \approx 10^{10} M_{\odot}$ schneidet, sollten unterhalb von M_{crit} nur noch diffuse Galaxien existieren, die man

aufgrund ihrer geringen Masse als Zwerggalaxien klassifiziert. Galaxien mit Massen $M > M_{crit}$, die aus 2σ - und 3σ -Fluktuationen entstanden, hatten hingegen eine heftige Kollaps- und Sternentstehungsphase und bildeten kompakte gEs. Hierdurch läßt sich also der *Phasenübergang* zwischen gEs und dGs bei $M \approx 10^{10} M_{\odot}$ erklären. Die Frage, warum wir keine *diffusen, massereichen*, von 1σ -Fluktuationen entstehenden Galaxien beobachten, kann dadurch nicht gelöst werden (siehe dazu § 5.4.3.2).

Daß gEs durch einen Kollaps entstanden sind, wird auch durch die beobachtete, wesentlich höhere mittlere Dichte dieser Galaxien, im Vergleich zu den primordialen Dichtefluktuationen angedeutet (siehe Abb. 5.4). In Zwerggalaxien mit Massen $M < 10^9 M_{\odot}$ beobachtet man hingegen eine mittlere Dichte, die kleiner als die Dichte einer 3σ -CDM-Fluktuation ist. Zwerggalaxien, die von einer massearmen 3σ -Fluktuation entstanden, mußten also eher expandieren als kollabieren. Massearme 1σ -Fluktuationen erreichten hingegen ihren selbstregulierten Gleichgewichtszustand durch eine Kontraktion. Diese Überlegungen werden durch die chemodynamische Rechnungen in § 5.4 bestätigt.

Unter *Kontraktion* wollen wir hier die langsame, quasistatische Entwicklung eines Systems in Richtung auf einen bestimmten Gleichgewichtszustand (zum Beispiel in Richtung auf eine exponentielle Dichteverteilung) verstehen. Während bei der Kontraktion von dGs immer annähernd das *Virialgleichgewicht* gilt ($\eta_{vir} \approx 1$), befinden sich gEs in ihrer *Kollapsphase* weit von einem Gleichgewicht entfernt ($\eta_{vir} \ll 1$).

5.3 Beobachtungen zur inneren Struktur von elliptischen und Zwerggalaxien

Bevor in § 5.4 detailliert die Entstehung und Entwicklung von gEs und dGs untersucht wird, sollen in diesem Abschnitt die wichtigsten Beobachtungen zur ihrer inneren Struktur zusammengestellt werden.

5.3.1 Massereiche elliptische Galaxien

Bisher hatten wir *elliptische Galaxien* durch ihre im Visuellen dominierende Sternkomponente beschrieben. Röntgenbeobachtungen mit dem *Einstein-Satelliten* haben nun gezeigt, daß diese Systeme von *heißen Gaskoronaen* umgeben sind (Forman et al., 1985). Dieses Gas mit Temperaturen von $T \geq 10^7 K$ und einer Gesamtmasse, die ungefähr 1% bis 10% der gesamten in Sternen kondensierten Masse entspricht, hüllt die Galaxie in einen heißen Gashalo ein und reicht weit über den optisch sichtbaren Teil hinaus (Nulsen et al., 1984; Forman et al., 1985). Nach Trinchieri et al. (1986) zeigen die Röntgenleuchtkraft-Verteilungen außerdem, daß das Gas eine der Sternkomponente ähnliche Dichteverteilung hat. Nach Loewenstein und Mathews (1986) sollte die Korona daher gravitativ an die Galaxie gebunden ist.

Wie diese heißen Koronae entstehen konnten, ist bisher noch nicht eindeutig geklärt. So könnte es sich nach Forman et al.: (1985) und Vader (1986b, 1987) um durch *Supernovae* ausgeworfenes Gas handeln. Nach Mac Donald und Bailey (1981) ist andererseits die stellare Massenverlustrate zu gering, um dadurch die Koronae aufzubauen. Eine andere Möglichkeit ist die *Akkretion* von intergalaktischem Gas durch die Galaxie (Trinchieri und Fabbiano, 1985).

Neben einer heißen Korona zeigen viele gEs im galaktischen Zentrum außerdem kühles HI-Gas (Dressel et al., 1982; Jura, 1986) und Staubstreifen (Sadler und Gerhard, 1985). Jura (1986) schätzt die Gesamtmasse an kühlem Gas innerhalb der innersten 3 kpc auf bis zu $10^8 M_{\odot}$, während die Gesamtmasse an heißem Gas in diesem Gebiet nur bei $10^7 M_{\odot}$ liegen soll.

Die HI-Komponente könnte durch Kühlung der heißen Gaskorona entstehen (Loewenstein und Mathews, 1987; Kunze et al., 1987) und nach Thronson und Bally (1987) auch jetzt noch im Zentrum zu einer Sternentstehungsrate von $0.1 - 1 M_{\odot} / \text{yr}$ führen. Der größte Teil der Sterne sollte aber nach Sandage (1986) bereits in der Frühphase der galaktischen Entwicklung in Form eines Sternentstehungsausbruchs gebildet werden (siehe Abb. 5.2).

Wichtige Information zur *Sternentstehungsgeschichte* von gEs erhält man auch aus ihrem *Metallgehalt* Z . So zeigen gEs generell eine hohe Metallizität $Z \approx 2 Z_{\odot}$, die außerdem positiv mit der Leuchtkraft korreliert ist (Vader, 1986a; Bica und Alloin, 1987). Man beobachtet außerdem einen *negativen, radialen Metallizitätsgradienten*, der mit abnehmender Gesamtleuchtkraft der Galaxien kleiner wird (Strom et al., 1976; Baum et al., 1986; Vader, 1986a).

5.3.2 Zwerggalaxien

Zwerggalaxien lassen sich wie die massereichen Galaxien in *frühe, gasarme* und *späte, gasreiche Typen* unterteilen (Sandage und Binggeli, 1984). Wie bereits in § 2 und § 3 erwähnt, zeigen alle dGs dieselben Skalenrelationen in ihren *globalen Parametern*. Sie haben außerdem eine universelle *Dichteverteilung*, die gut durch ein *Exponentialgesetz* beschrieben werden kann.

5.3.2.1 Frühe Zwerggalaxien

Gasarme Zwerggalaxien können in *Sterne bildende, elliptische Zwerggalaxien* (*nE, iE*) und *gasfreie* elliptische und sphäroidale Zwerggalaxien (*dE, dSph*) eingeordnet werden, wobei man speziell die dEs der lokalen Gruppe als dSph bezeichnet. Während dEs und dSph überhaupt kein Gas besitzen, zeigen nEs und iEs einen Sterne bildenden, *gasreichen Kernbereich*, der einer ausgedehnten, den dEs ähnlichen Sternkomponente überlagert ist (Binggeli et al., 1985; Thuan, 1983, 1985).

30% der Gas enthaltenden frühen Zwerggalaxien werden von Loose und Thuan (1985) als sogenannte nEs (nucleated dwarf ellipticals) klassifiziert, bei denen Sternentstehung genau im Zentrum stattfindet und die auch im Kerngebiet reguläre, sphäroidale Isophoten zeigen. Bei den meisten Sterne bildenden, frühen Zwerggalaxien handelt es sich jedoch um iEs (irregular dwarf ellipticals), die mehrere räumlich getrennte Sternentstehungsgebiete im Kernbereich zeigen und daher im Zentrum irreguläre Isophoten haben.

Zwerggalaxien haben generell eine geringe *Metallizität*. Wie die Beobachtungen zeigen, genügen die frühen dGs einer *Masse - Metallizitätsrelation* (Aaronson und Mould, 1985; Smith, 1985) der Form $\log Z \sim 0.4 \log M_*$, wobei M_* die Gesamtmasse der Sternkomponente bezeichnet.

5.3.2.2 Späte Zwerggalaxien

Während die frühen dGs gasarme Systeme sind, mit einer Gasmasse $M_g \leq 10^6 M_\odot$ und einem Gasanteil von $M_g/M_* \leq 0.01$ (Ichikawa, 1986), sind *späte Zwerggalaxien* gasreich mit einem Gasanteil $M_g/M_* > 0.01$. Man unterscheidet hier zwischen zwei verschiedenen Typen von Galaxien: *zwergirreguläre Galaxien* (dIrr) und *blaue, kompakte Zwerggalaxien* (BCD).

Obwohl *zwergirreguläre Galaxien* viele unregelmäßig verteilte *Sternentstehungsgebiete* zeigen (Loose und Thuan, 1985), wird angenommen, daß die gesamte *Sternentstehungsrate* der Galaxien zeitlich annähernd konstant ist (Hunter und Gallagher, 1986). Andererseits ist der Unterschied in der SFR zwischen verschiedenen dIrr groß.

Im Gegensatz zu frühen dGs zeigen die dIrr keinen Zusammenhang zwischen der *Metallizität* Z und dem Gasgehalt (Hunter et al., 1982; Gallagher et al., 1984). Ihr Z kann außerdem höher als bei frühen dGs sein. Dies führt nun insofern zu einem Problem, als man nach dem Standardmodell der chemischen Entwicklung von Galaxien (Tinsley, 1980) eine mit abnehmendem Gasgehalt anwachsende Metallizität erwarten würde. Weniger entwickelte Galaxien sollten eine kleinere Metallizität haben, da weniger Gas in Sternen kondensiert ist. Ihr Gasgehalt wäre dann höher als in entwickelten Systemen mit hohem Z . Nun beobachtet man aber bei den gasarmen, frühen dGs ein kleineres Z als bei vielen gasreichen dIrr.

Im Gegensatz zu den dIrrs scheinen die BCDs einen heftigen *Sternentstehungsausbruch* zu erfahren. Dies ist auch der Grund dafür, daß dieser Galaxientyp wegen seiner Emissionslinien als *isolierte, extragalaktische H II - Gebiete* klassifiziert wurde (Sargent und Searle, 1970). Die Bezeichnung *kompakt* (BCD = blue compact dwarf galaxies) bezieht sich auf die starke zentrale Konzentration des Sternentstehungsgebietes. Viele dieser Galaxien sehen nahezu sternförmig aus.

Aufgrund der hohen SFR von $0.1 M_{\odot} yr^{-1}$ bis $1 M_{\odot} yr^{-1}$ und der geschätzten HI -Gesamtmasse von $10^8 M_{\odot}$ (Thuan und Martin, 1981) wird angenommen, daß dieser Galaxientyp keine über 10^9 Jahren andauernde, kontinuierliche SFR hatte, sondern *Sternentstehungsausbrüche* mit Zeitskalen von 10^7 bis 10^8 Jahren zeigt.

Einige BCDs sind sehr *metallarm*. Die bisher metallärmste BCD-Galaxie ist IZw 18, mit einer Metallizität $Z \approx Z_{\odot} / 30$ (Searle und Sargent, 1972). Nach Kunth und Sargent (1986) befindet sich diese Galaxie in ihrem ersten Sternentstehungsausbruch, da sonst ihre Z höher sein müßte.

IZw18 und die anderen metallarmen BCDs sind *junge Objekte*, in denen keine alte Sternkomponente beobachtet wird. Im Gegensatz dazu zeigen die *nEs* und *iEs* einen aktiven, Sterne bildenden Kern und eine, dem Kern überlagerte, alte, ausgedehnte Sternkomponente mit geringer Helligkeit. Würde man die alte, leuchtschwache Komponente dieser Galaxien nicht erkennen, so würden die *nEs* und *iEs* mit Ausnahme ihrer höheren Metallizität, den jungen BCDs sehr ähnlich sein. Diese frühen Zwerggalaxien werden daher häufig, irreführenderweise, als *alte BCDs* bezeichnet (Loose und Thuan, 1985), obwohl sie, nach den chemodynamischen Modellen (siehe § 5.4), eine andere Entwicklung hatten, als die jungen BCDs.

5.4 Numerische Rechnungen zur chemodynamischen Entwicklung von elliptischen und Zwerggalaxien

In diesem letzten Kapitel soll nun im Detail die *chemodynamische Entwicklung* von *gEs* und *dGs* studiert werden. Dazu wird das vollständige, chemodynamische Gleichungssystem (§ 4.5) unter Berücksichtigung der Dynamik numerisch gelöst.

5.4.1 Die numerische Methode

Wie bei Burkert (1986) und Burkert und Hensler (1987a, 1988) ausführlich beschrieben, ersetzen wir das Differentialgleichungssystem 4.76, 4.77 und 4.79 durch ein *explizites, finites Differenzengleichungssystem*. Die physikalischen Größen werden dabei an unterschiedlichen Stellen des verwendeten *Eulergitters* berechnet (sogenanntes "staggered grid"): Tensoren mit geradem Rang, wie zum Beispiel die Dichte und die Energie, sind in der Zellenmitte definiert, Tensoren mit ungeradem Rang, wie zum Beispiel die Geschwindigkeit, sind am Zellenrand bestimmt. Diese räumliche Trennung führt zu Differenzentermen, die von *zweiter Ordnung* in Δx sind (Hawley, Smarr und Wilson, 1984). Das Gitter ist durch das Gleichungssystem (3.44) gegeben, wobei die Anzahl der Gitterzellen $NK = 100$ und der Gitterparameter $\lambda_{grid} = 0.01$ gewählt wird. Wie die Rechnungen zeigen,

läßt sich damit gut der Zentralbereich von Zwerggalaxien auflösen. Der *äußere Rand* $R_{\max}$ des Gitters sollte größer als der Anfangsradius der Protogalaxie gesetzt werden, da die heiße Gaskomponente in nahezu allen Fällen ein größeres Volumen einnimmt als das Sternsystem und massearme 3σ -Fluktuationen anfangs expandieren. Wir wählen außerdem eine *teilweise offene äußere Randbedingung*: die Materie kann über den äußeren Rand ausströmen, wenn ihre Geschwindigkeit größer als die Entweichgeschwindigkeit ist.

Die *Advektionsterme*, das heißt Terme der Form

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u q) ,$$

wobei q eine physikalische Größe ist (z.B. die Dichte), werden mit "*Monotonic Transport*", einem von van Leer (1977) beschriebenen Advektionsverfahren zweiter Ordnung gelöst.

Außerdem wird "*operator splitting*" verwendet, das heißt, wir lösen das Differenzengleichungssystem sequentiell. Zuerst wird in jedem Zeitschritt die Advektion berechnet. Mit den durch die Advektion veränderten Größen werden dann die Kraftterme ermittelt und damit die Geschwindigkeit korrigiert. Schließlich wird mit den neuen Geschwindigkeitswerten die Volumenarbeit

$$\frac{P}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u) ,$$

berechnet und die Energie korrigiert. Zuletzt werden die Quellterme ermittelt. Dieses Verfahren führt zu einer größeren Stabilität und zu einer höheren Ordnung in Δt (Burkert, 1986).

5.4.2 Anfangsbedingungen

Wir wollen hier den Kollaps und die Entwicklung von Protogalaxien als Funktion ihrer *Anfangsmasse* M_0 und *Anfangsdichte* ρ_0 studieren. Jedes Anfangsmodell entspricht dann einem Punkt im *Kühlungsdiagramm* (Abb. 5.4). Es wird außerdem angenommen, daß die Protogalaxie anfangs eine räumlich *konstante Dichte* und eine konstante Energieverteilung hat. $e_{CM,0}^{kin}$ wurde so gewählt, daß sich das primordiale Wolkensystem der Protogalaxie annähernd im *Virialgleichgewicht* befand ($\eta_{vir} \approx 1$; siehe Gl. 3.64). u_{CM} und u_{ICM} wurde anfangs Null gesetzt. Wir nehmen außerdem an, daß zu Beginn der Rechnungen keine Sterne vorhanden sind ($\rho_* = 0$) und das Gas eine verschwindende Metallizität hat ($Z_{CM} = Z_{ICM} = 0$).

Wie bei den "*Kastenmodellen*" von § 4.6 zeigen auch hier die Testrechnungen, daß die Entwicklung aufgrund der *Selbstregulation* nur schwach von den meisten der

oben gewählten Anfangsbedingungen abhängt. Sie wird im wesentlichen nur von der Anfangsmasse und der Anfangsdichte beeinflusst. Dies ist auch der Grund, warum wir diese beiden Größen als die einzigen freien Parameter betrachten werden.

Im Prinzip können beliebige Anfangsbedingungen (ρ_0 , M_0) innerhalb des *Kühlungsgebietes* von Abb. 5.4 gewählt werden. Nun lassen sich aber die globalen Parameter von Galaxien nach § 2 gut erklären, wenn diese Systeme aus einem *CDM-Fluktuationsspektrum* entstanden sind. Da 3σ – *Fluktuationen* im Vergleich zu 1σ – *Fluktuationen* bereits sehr selten sind (Dekel und Silk, 1986), nehmen wir hier an, daß sich Protogalaxien nur innerhalb des von den 1σ - und 3σ -Fluktuationen und der Kühlungskurve begrenzten Gebietes bilden können. In diesem Fall folgt aus Abb. 5.4, daß die Protogalaxien eine Anfangsmasse (mit einem eventuellen massereichen Halo) von einigen $10^7 M_\odot$ bis $10^{12} M_\odot$ hatten.

5.4.3 Die chemodynamischen Entstehung und Entwicklung von massereichen elliptischen Galaxen

5.4.3.1 Das Standardmodell

Wir betrachten als *Standardmodell* den Kollaps einer sehr massereichen 3σ – *Fluktuation* mit einer Gesamtmasse von $M_0 = 1.2 \cdot 10^{12} M_\odot$, einer Baryondichte $n = 0.2 \text{ cm}^{-3}$ und einer freien Fallzeit von $\tau_{ff} \approx 9 \cdot 10^7$ Jahren.

Die Sternentstehungsphase

Die Abbildung 5.5 zeigt die SFR als Funktion der Zeit in verschiedenen Gebieten der Galaxie. In Abb. 5.6 ist außerdem noch die *Gesamtmasse* der einzelnen Gasphasen und der Sternkomponenten aufgetragen.

Obwohl die Wolkenkomponente anfangs im *Virialgleichgewicht* ist, führen Wolken – Wolken – Stöße zur Energiedissipation und zu einem Kollaps, was in Übereinstimmung mit den Überlegungen von § 5.2.5 ist ($n > n_{crit}$). Wie außerdem bereits in § 5.2.5 diskutiert wurde, steigt nun die SFR mit zunehmender Verdichtung des Systems stark an. Diese Anfangsphase ist durch einen hohen Gasanteil ($M_g > M_*$) und einen geringen Massenverlust von massearmen Sternen gekennzeichnet. Wie in dem Modell von § 4.6.2 kommt es daher auch hier zu einer schnellen Metallanreicherung der Sternkomponente. Im Gegensatz zu den rein *dissipativen Modellen* erreicht die Sternentstehungsrate jedoch nach einer freien Fallzeit ein lokales Maximum und bleibt dann für weitere $2 \tau_{ff}$ annähernd konstant. Die Galaxie befindet sich nun in einer *[SG/DC]* – *Zustand*, bei dem die Kühlung des CM ($T_{CM} > 100 \text{ K}$) durch die Heizung mittels Wolken – Wolken – Stöße und der Energiezufuhr durch die Sternkomponente kompensiert wird.

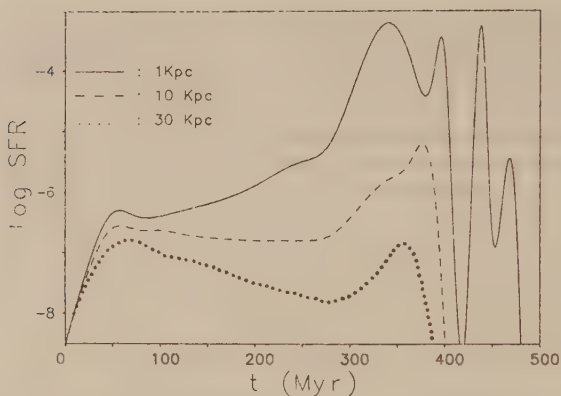


Abb. 5.5: Die Sternentstehungsrate $SFR(t)$ des Standardmodells zur Entstehung von gEs in verschiedenen Gebieten der Protogalaxie. Die SFR ist in den Einheiten $[M_{\odot} pc^{-3} Myr^{-1}]$ angegeben.

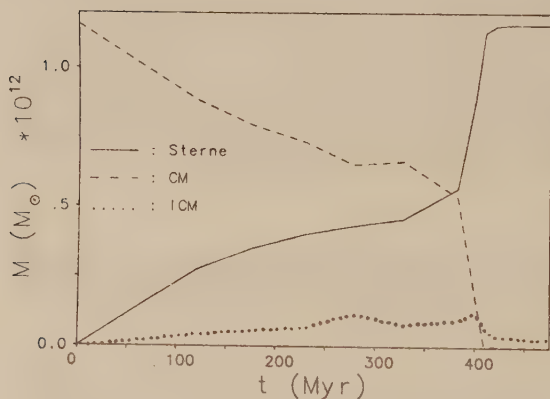


Abb. 5.6: Die Gesamtmasse der unterschiedlichen Komponenten des Standardmodells als Funktion der Zeit.

Diese in dissipativen Modellen nicht auftretende, verzögerte Sternentstehungsphase spielt vor allem für die Entwicklung von massereichen gEs mit kleinen freien Fallzeiten eine wichtige Rolle. So wird in dieser Zeit nach Abb. 5.6 nur 10% der Gesamtmasse in Sterne umgewandelt. Damit ist die stellare Energiezufuhr an das CM gering und die Wolkenkomponente kann ungehindert einen Großteil ihrer kinetischen Energie dissipieren. Außerdem hat die Protogalaxie in dieser vergleichsweise langen, ruhigen Phase genügend Zeit, um Metalle an das ISM zurückzuliefern. Aufgrund der zentralen Verdichtung ist die SFR (siehe Abb. 5.5) und die chemische Elementanreicherung in den inneren Gebieten größer als außen, und es

baut sich ein Metallizitätsgradient auf.

Nach $3 \cdot 10^8$ Jahren befindet sich die Wolkenkomponente der Protogalaxie in einer heftigen Kollapsphase ($\eta_{vir} \leq 0.1$). Nun tritt ein *Phasenübergang* von [SG | DC] $\rightarrow$ [SB | DC] auf und nahezu alles Gas wird auf einer kurzen Zeitskala (10^8 Jahre) in Sterne umgewandelt, beziehungsweise aufgeheizt. Die Sternentstehung bricht dann abrupt ab. Nur im Zentralbereich kommt es nochmals zu einem kurzen zweiten Sternentstehungsausbruch.

Das Protosternsystem hat anfangs dieselben Eigenschaften wie die Wolkenkomponente, aus der es entstand: kleiner Viralkoeffizient, zentrale Verdichtung und einen Metallizitätsgradienten. Dies sind aber genau die richtigen Anfangsbedingungen, damit sich nun in einer weiteren freien Fallzeit durch *unvollständige Relaxation* ein de Vaucouleurs- Profil ausbilden kann (siehe § 3). Da die unvollständige Relaxation außerdem nach § 3.5.6 einen vorhandenen Metallizitätsgradienten nicht ausschmiert, zeigt die Sternkomponente auch im Gleichgewicht einen *Z - Gradienten*, was gut mit den Beobachtungen übereinstimmt.

Die Kühlungsphase

Abb. 5.6 zeigt, daß die Gesamtmasse des ICM in der Kollapsphase bis auf $10^{11} M_{\odot}$ anwächst. In der [SB | DC] - Phase steigt die Temperatur dieser heißen Gasphase in den inneren Gebiete auf über $10^8 K$ an. Damit kann das ICM nicht mehr durch SNR aufgesammelt werden (siehe § 4.3.2.2) und zu Wolken kondensieren. Der größte Teil der in Supernovae ausgeschleuderten Materie und Metalle wird nun in der heißen Gaskomponente gespeichert. Aufgrund des hohen inneren Druckgradientens fließt das heiße Gas nach außen, während gleichzeitig die Wolken, nahezu im freien Fall, ins Zentrum stürzen.

In Übereinstimmung mit den Überlegungen von § 5.2.5 wird der Kollaps nach $4 \cdot 10^8$ Jahren durch eine vollständige Zerstörung des CM beendet. Das ICM hat nun eine Gesamtmasse von $10^{11} M_{\odot}$. Es umgibt das kollabierende und relaxierende Sternsystem in Form einer heißen, gravitativ gebundenen Gasblase.

Dieses sogenannte *Koronalgas* kann nach Abklingen der Sternentstehung vor allem im dichten Zentralgebiet kühlen. Dadurch verringert sich der Druckgradient und es fließt weiteres Koronalgas, sowie neues, von den langlebigen, massearmen Sternen ausgestoßenes Gas ins Zentrum (Abb. 5.7).

Im Zentrum kondensiert nun das gekühlte ICM zu Wolken. Nach $1.1 \cdot 10^9$ Jahren hat sich eine Gesamtmasse von $2 \cdot 10^8 M_{\odot}$ an Wolken und annähernd $2 \cdot 10^6 M_{\odot}$ an kühlen, Sterne bildenden Wolkenkernen angesammelt (Abb. 5.7 und Abb. 5.8).

Abb. 5.7 zeigt, daß die Gesamtmasse der Wolkenkomponente (warmes und kühles Gas) nach $\log t = 3.05$ ein lokales Maximum von $M \approx 2 \cdot 10^8 M_{\odot}$ erreicht. Die mittlere Temperatur dieses CM ergibt sich aus dem Modell zu $T \approx 4000 \text{ K}$. Mit Gleichung 4.3 und Gleichung 4.4 folgt daraus, daß annähernd $2 \cdot 10^6 M_{\odot}$ in kühlen Kernen vorliegt. Die Verteilung der Wolkenkomponente ist in Abb. 5.8 dargestellt. Man sieht, daß das Wolkengas im Gegensatz zum ICM auf den Zentralbereich $r \leq 3 \text{ kpc}$ begrenzt ist, mit einem zentralen Maximum. Erst im Zentralbereich $r < 350 \text{ pc}$ ist die mittlere Dichte des CM höher, als die Dichte des ICM.

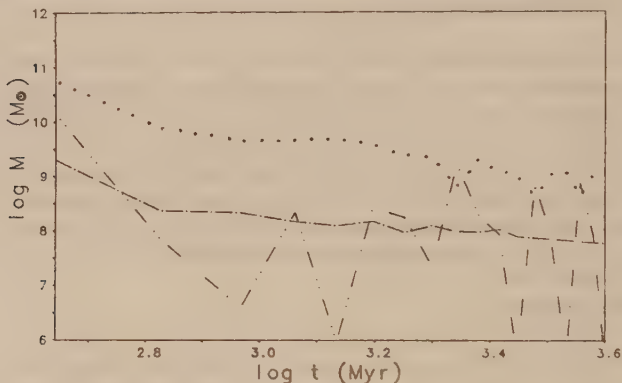


Abb. 5.7: Die Kühlungsflußphase von massereichen elliptischen Galaxien. Die Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der gesamten ICM-Masse (---), der gesamten CM-Masse (—) und der in massereichen Sternen kondensierten Masse (---) des Standardmodells.

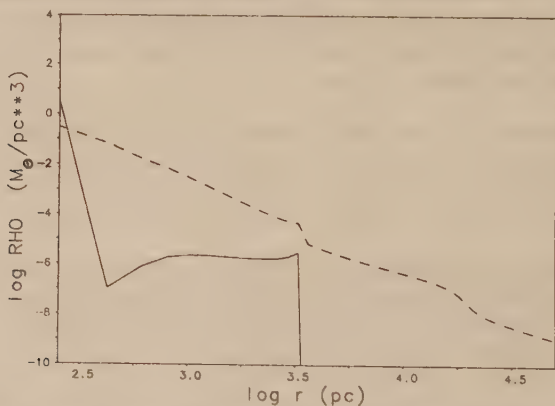


Abb. 5.8: Die zentrale Dichteverteilung der kühlen Gaskomponente (durchgezogen) und des ICM (gestrichelt) im Standardmodell während der Kühlungsphase, kurz vor einem Sternentstehungsausbruch, zur Zeit $t \approx 1 \cdot 10^9$ Jahre.

Nun kommt es zu einem Sternentstehungsausbruch mit einer Rate von $\approx 0.1 M_{\odot} / \text{yr}$ und das gesamte Gas der Wolkenkerne wird in Sterne umgewandelt. Das restliche Wolkengas wird durch den Ausbruch erneut aufgeheizt und aus dem Zentralgebiet herausgetrieben. Die Kühlungsphase beginnt jetzt von neuem.

Zusammenfassung der Ergebnisse

Chemodynamische Modelle können erklären, warum die Sternkomponente von gEs anfangs einen sehr großen Kollapsfaktor, das heißt einen kleinen Virialkoeffizienten, eine zentrale Verdichtung und einen Metallizitätsgradienten hatte. In § 3 hatten wir diese Anfangsbedingungen vorausgesetzt, damit das Sternsystem durch unvollständige Relaxation einen Gleichgewichtszustand erreicht, der gut mit den Beobachtungen von gEs übereinstimmt. Eine wichtige Bedingung für diese Entwicklung ist die anfangs *verzögerte Sternentstehung* und der anschließende *Phasenübergang* $[SG/DC] \Rightarrow [SB/DC]$, der eine Folge der *Selbstregulierung* von Galaxien ist (siehe § 5.2) und daher in den bisherigen dissipativen Modellen nicht auftreten konnte.

Die Modelle zeigen außerdem, daß gEs während ihrer Entstehung eine heiße Gaskorona aufbauen können, die durch Supernovae stark metallangereichert ist. Damit könnten sich die um viele gEs beobachteten *Röntgenkoronae* erklären lassen, die demnach ein Überrest der Entwicklung dieser Systeme sind und nicht erst später durch Einfall von intergalaktischem Gas zustande kommen.

Während bisher die Entstehung von gEs und die spätere *Kühlungsphase* des Koronalgases getrennt voneinander studiert wurde, ergibt sich in unseren Modellen die Kühlungsphase konsistent, als eine natürliche Folge der galaktischen Entwicklung. In den *chemodynamischen Rechnungen* führt der Kühlungsfluß (sog. cooling flow) im Zentralgebiet zu einer warmen und kühlen Gaskomponente, die gut mit den Beobachtungen übereinstimmt. Allerdings erwarten wir hier, im Gegensatz zu den bisherigen Annahmen, daß die Sternentstehung in Form eines *Ausbruchs* stattfindet und daß dabei das gesamte Gas erneut aufgeheizt wird. Damit läßt sich erklären, warum 80% der beobachteten gEs keine zentrale, kühle Gaskomponente zeigen. Diese Galaxien hatten vor einigen 10^8 Jahren ihren letzten zentralen Sternentstehungsausbruch und müssen nun erst wieder neues, kühles Gas ansammeln. Der Ausbruch selbst dauert nach den Rechnungen nur 10^7 Jahre und sollte daher nur äußerst selten beobachtet werden.

Die Gesamtmasse M_{HC} der heißen Gaskorona beträgt in den Modellen nach 10^{10} Jahren nur noch $M_{HC} = 10^9 M_{\odot}$, während man aus dem beobachteten Röntgenfluß eine tatsächliche Masse von $M_{HC} \approx 10^{10} M_{\odot}$ abschätzt. Dieser Unterschied zwischen den Beobachtungen und der Theorie läßt sich wahrscheinlich dadurch erklären, daß in den hier diskutierten Modellen die Supernovae vom Typ I (kurz:

SN I) und die Heizung des ICM durch kosmische Strahlung vernachlässigt wurde. Gerade in der späten Kühlungsphase, in der Supernovae von Typ II selten sind, sind die SN I der wichtigste Heizmechanismus, der zu einem kleineren Kühlungsfluß, das heißt zu längeren Ruheperioden zwischen den zentralen Sternentstehungsausbrüchen führt. Damit würde auch M_{HC} nach 10^{10} Jahren größer sein.

5.4.3.2 Der Kollaps von primordialen massereichen 2σ – und 3σ – Fluktuationen

Generell zeigen alle *chemodynamischen* Rechnungen zum Kollaps von massereichen 2σ – und 3σ – Fluktuationen dieselbe in § 5.4.3.1 beschriebene Entwicklung. Das heiße *Koronalgas* kann in masseärmeren gEs ($M \leq 10^{11} M_{\odot}$) bereits von Anfang an expandieren, während gleichzeitig die Wolkenkomponente kollabiert (Abb. 5.9).

Während der kurzen [SB|DC] – Phase wird das ICM soweit aufgeheizt, daß ein Bruchteil davon entweicht (galaktischer Wind). Der Massenverlust tritt hier nur kurz, am Ende der [SB] – Phase auf. Die Gesamtmasse des entweichenden Gases ist bei kollabierenden 3σ – Fluktuationen noch gering. 2σ – Fluktuationen können für $M \leq 10^{11} M_{\odot}$ jedoch bis zu 50% ihrer Gesamtmasse verlieren.

Abb. 5.10 zeigt als Beispiel die Gesamtmasse (durchgezogen), die gesamte Sternmasse (gestrichelt) und die Gasmasse (strichpunktiert) einer 2σ – Fluktuation mit einer Anfangsmasse $M = 10^{11} M_{\odot}$ (Burkert und Hensler, 1987c). Nach $1.5 \cdot 10^9$ Jahren bricht hier die Entwicklung mit einem plötzlichen Massenverlust ab.

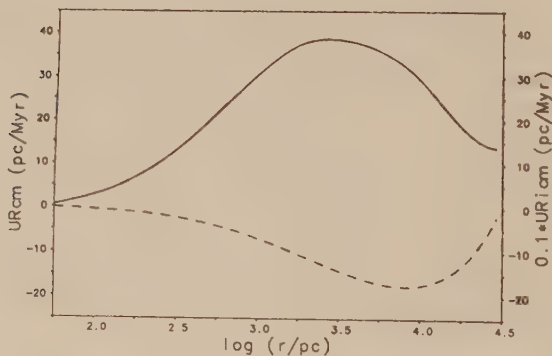


Abb. 5.9 : Die unterschiedliche dynamische Entwicklung des CM und des ICM in einer Galaxie mit einer Gesamtmasse $M = 10^{11} M_{\odot}$ nach $5.3 \cdot 10^8$ Jahren ($\approx 2 \tau_{ff}$). Die gestrichelte Linie zeigt die negative Geschwindigkeit U_{Rcm} der kollabierenden Wolkenkomponente. Die durchgezogene Linie stellt die Expansionsbewegung U_{Ricm} des ICM dar.

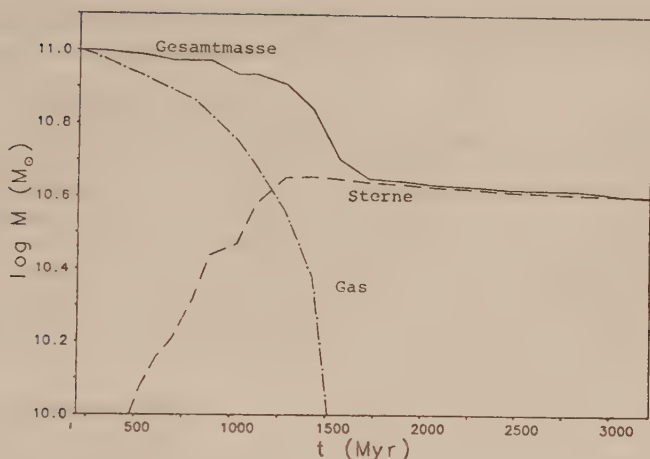


Abb. 5.10: Die Entwicklung und der Massenverlust einer primordialen 2σ -Fluktuation mit einer Anfangsmasse $M = 10^{11} M_{\odot}$. Die Gesamtmasse ist als durchgezogene Linie, die Sternmasse ist gestrichelt und die Gasmasse ist strichpunktirt dargestellt.

Da das entweichende ICM stark metallangereichert ist, spielt dieser Massenverlust eine wichtige Rolle für die chemische Entwicklung des *intergalaktischen Mediums*.

In guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen ist in den gE-Modellen die Metallizität hoch ($Z \approx 2 Z_{\odot}$, siehe Abb. 5.11a). Allerdings zeigen die chemodynamischen Modelle für $M > 10^{11} M_{\odot}$ nicht die beobachtete Masse - Metallizitätsrelation. Erst für Galaxien unterhalb von $10^{11} M_{\odot}$ nimmt Z mit abnehmender Endmasse ab. Bei diesen massearmen Modellen wachsen der Massenverlust und die Entwicklungszeit mit abnehmendem M an (Burkert und Hensler, 1987c). Die geringere Metallizität von masseärmeren gEs läßt sich dadurch erklären, daß in diesen Systemen zum einen die *Mischung* zwischen der heißen und kühlen Gaskomponente ineffizienter ist als in massereichen Galaxien, die aufgrund des größeren Potentials eine höhere mittlere Dichte erreichen, wodurch auch das ICM besser kühlen kann (siehe die Modelle in § 4.6). In den massearmen gEs geht außerdem ein Teil dieses sehr metallreichen ICM verloren, wobei die Verlustrate an Metallen mit abnehmendem M anwächst. Damit sinkt auch die Gesamtmetallizität der Galaxien mit abnehmendem M .

Daß Galaxien mit $M > 10^{11} M_{\odot}$ im Gegensatz zu den Beobachtungen keine $M-Z$ -Relation zeigen ist dann eine Folge des fehlenden Massenverlustes. Wir können

dies auf eine zu geringe Heizrate zurückführen, die zum Beispiel durch die Vernachlässigung der Energiezufuhr von *SN I* erklärt werden kann.

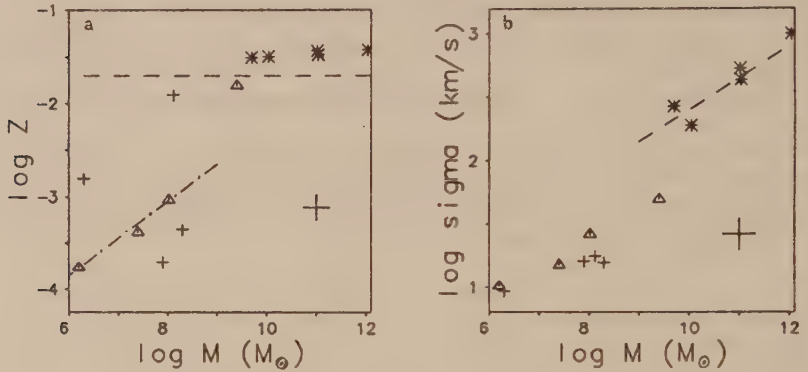


Abb. 5.11a,b: Die mittlere Metallizität Z (Abb. 5.11a) und die Geschwindigkeitsdispersion σ (Abb. 5.11b) von chemodynamischen Modellen zur Entwicklung von gEs (x), dEs (Δ) und dlrr (+) nach 10^{10} Jahren. M bezeichnet die Endmasse der Galaxie. Das große Kreuz bei $10^{11} M_{\odot}$ zeigt eine massereiche 1σ -Fluktuation nach 10^{10} Jahren. Die strichpunktuierte Linie in Abb. 5.11a stellt die $M-Z$ -Relation (§ 5.3.2.1) dar, die gestrichelte Linie zeigt die solare Metallizität. Die gestrichelte Linie in Abb. 5.11b repräsentiert die Faber-Jackson Relation.

Die Abbildungen 5.11a,b zeigen schließlich noch die mittlere Metallizität und die zentrale Geschwindigkeitsdispersion der Modelle als Funktion ihrer Endmasse nach 10^{10} Jahren. Wie nach § 2 zu erwarten ist, lassen sich die von 2σ - und 3σ -Fluktuationen kollabierenden elliptischen Galaxien gut durch $M \sim \sigma^4$ erklären. Die Streuung um die Faber-Jackson-Relation bei einer gegebenen Masse entsteht hier durch die unterschiedlich gewählten Anfangsdichten, in Übereinstimmung mit den Überlegungen von § 2.

5.4.3.3 Die Entwicklung von massereichen 1σ -Fluktuationen

Nach Abbildung 5.4 sollten *massereiche 1σ -Fluktuationen* nicht kollabieren. Dies wird von den chemodynamischen Modellen bestätigt. Diese Protogalaxien haben eine sehr geringe Dichte und eine verschwindend kleine SFR. Abbildung 5.11a und Abb. 5.11b zeigt als großes Kreuz die mittlere Metallizität und zentrale Geschwindigkeitsdispersion einer solchen Galaxie mit einer Masse $M = 10^{11} M_{\odot}$, nach 10^{10} Jahren. Das System hat sich in dieser Zeit kaum entwickelt. Aufgrund ihrer großen Radien und ihrer geringen Dichten werden solche Objekte wahrscheinlich durch *Gezeitenwechselwirkungen* mit Nachbargalaxien zerstört und können daher nicht beobachtet werden.

5.4.3.4 Der Einfluß eines dunklen, dissipationslosen Halos auf die Entwicklung von massereichen gEs.

Die konstanten *Rotationskurven* in *Spiralgalaxien* führen zu der Annahme, daß die Dynamik von Spiralgalaxien stark durch das Potential eines *massereichen, dunklen Halos* mit einer Dichteverteilung $\rho \sim r^{-2}$ beeinflusst wird. In gEs sollte ein solcher Halo während der Entwicklungsphase keine bedeutende Rolle gespielt haben. So läßt sich das de Vaucouleurs - Profil nach § 3 gut durch eine *unvollständige Relaxation* der Sternkomponente erklären. Dieser Prozess kann jedoch nur dann stattfinden, wenn das Potential nicht von einem dissipationslosen, annähernd stationären Halo dominiert wird. Wie Testrechnungen zeigen, spielt ein dunkler, das Potential nicht stark beeinflussender Halo keine wichtige Rolle bei der chemodynamischen Entwicklung von gEs und kann daher vernachlässigt werden.

5.4.3.5 Zusammenfassung

Zusammenfassend folgt aus den *chemodynamischen Rechnungen*, daß die bisher am häufigsten studierten gEs nur von seltenen primordialen Fluktuationen hoher Dichte entstehen konnten. Sie sind daher gelegentlich vorkommende *Spezialfälle*, die mit größter Wahrscheinlichkeit in Galaxienhaufen zu finden sind. Zu einem ähnlichen Resultat, allerdings aufgrund anderer Überlegungen, kommen auch Dekel und Silk (1986). Der *normale*, das heißt am häufigsten vorkommende Fall ist die Entstehung von *Zwerggalaxien* aus massearmen 1σ - bis 2σ - Fluktuationen, die im folgenden untersucht wird.

5.4.4 Chemodynamische Modelle zur Entstehung von Zwerggalaxien

Zwerggalaxien zeigen eine sich von massereichen Galaxien stark unterscheidende Entwicklung. Diese Systeme können nach § 5.2.5 nicht kollabieren. Sie bleiben daher diffus, mit kleinem σ und großem Radius. Im Gegensatz zu massereichen 1σ - Fluktuationen werden sie aber nicht leicht durch Gezeitenkräfte zerstört, da ihr Radius kleiner und ihre Dichten größer sind.

5.4.4.1 Das Standardmodell

Stellvertretend für die Entwicklung von dGs wählen wir hier eine 2σ -Fluktuation mit Gesamtmasse $M = 10^{10} M_{\odot}$. Die Abbildung 5.12 zeigt die Sternentstehungsrate und die Massenverlustrate dieses Modells als Funktion der Zeit.

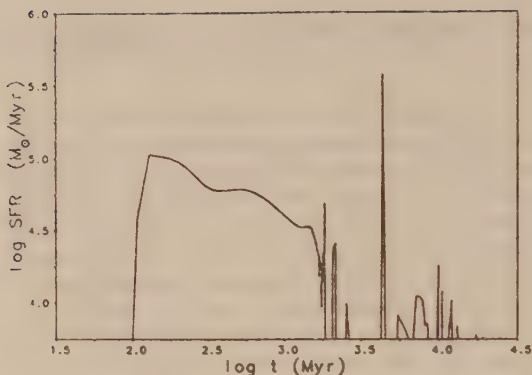


Abb. 5.12a: Zeitlicher Verlauf der Sternentstehungsrate einer Zwerggalaxie, die aus einer 2σ -Fluktuation mit Anfangsmasse $M = 10^{10} M_{\odot}$ entsteht.

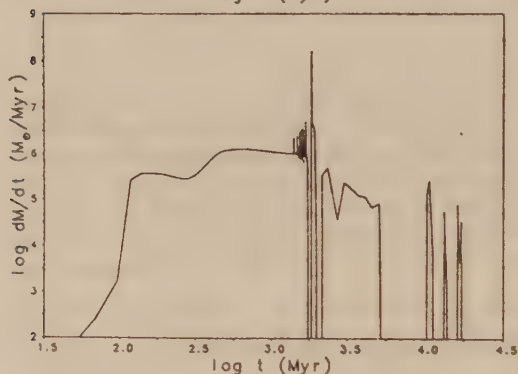


Abb. 5.12b: Die Massenverlustrate des in Abb. 5.12a gezeigten Modells.

Wir können hier deutlich drei verschiedene *Entwicklungsepochen* erkennen.

Die frühe dIrr-Phase

Nach einer anfänglichen *Kühlzeit* von 10^3 Jahren erreicht die SFR schnell einen *Gleichgewichtswert* und fällt dann während der nächsten $2 \cdot 10^9$ Jahre monoton ab. Die Galaxie befindet sich anfangs in einer [SG|DG]-Phase, die wir als *frühe dIrr-Phase* bezeichnen. Während dieser Zeit erstreckt sich die Sternentstehung über das gesamte noch größtenteils gasförmige System. Die Wolkenkomponente kann hier nicht kollabieren, da sich ein Gleichgewicht zwischen der Energiedissipation durch Wolken-Wolken-Stöße und der Energiezufuhr durch SNRs gebildet hat. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit den Überlegungen von § 5.2.5. Abb. (5.13) zeigt, daß dieser [DG]-Zustand durch eine *exponentielle Dichtever-*

teilung im CM, und damit auch in der daraus entstehenden Sternkomponente charakterisiert ist. Wie die durchgezogene Linie außerdem zeigt, bleibt das Exponentialgesetz auch näherungsweise in einem überlagerten massereichen Halo mit demselben Anfangsradius, einer Dichteverteilung $\rho \sim r^{-2}$ und einer Masse $M_{\text{halo}} = 2 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ erhalten. Aufgrund der größeren Gravitationskraft ist der Dichtegradient jetzt steiler.

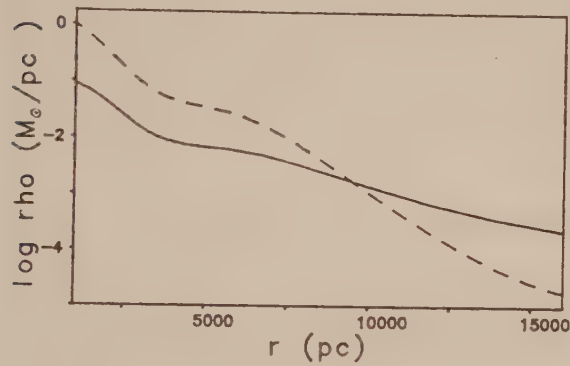


Abb. 5.13: Die radiale Dichteverteilung der Sternkomponente des Standardmodells in der dlrr-Phase ohne Halo (durchgezogen) und mit einem massereichen Halo (gestrichelt).

Die späte dlrr-Phase

Nach 10^9 Jahren ist 70% der Gesamtmasse in Sternen kondensiert. Das restliche kühle Gas kann sich nun nicht mehr gleichmäßig über die ganze Galaxie verteilen. In dieser *späten dlrr-Phase* ist die SFR zwar immer noch annähernd konstant, die Sternentstehung findet jetzt aber nur noch in vereinzelten, über das gesamte System verteilten Gebieten statt. In diesem Zustand ist die Galaxie den beobachteten dlrr-Galaxien sehr ähnlich.

Die iE- und nE-Phase

Sobald der Massenbruchteil der Gaskomponente unter 10% sinkt (nach $1.2 \cdot 10^9$ Jahren) findet ein *Phasenübergang* $[SG|DG] \Rightarrow [SB|DG]$ statt, der sich durch ein "Flackern" in der SFR und in der Massenverlustrate bemerkbar macht (Abb. 5.12), bevor die Aktivität schließlich vollständig erlischt. Es kommt nun zu *Sternentstehungsausbrüchen* mit anschließenden Ruhephasen. Die Ausbrüche sind auf das *Zentralgebiet* begrenzt und die Entwicklung ist der späten Kühlungsphase von gEs sehr ähnlich. In diesem Zustand gleicht die Galaxie während eines Ausbruchs den *gasarmen iEs* mit einem Sterne bildenden Kern, der von einer älteren, weiter ausgedehnten Sternkomponente umgeben ist.

Mit abnehmender Gasmasse konzentrieren sich die Sternentstehungsausbrüche mehr und mehr auf das Zentrum, das System gleicht nun einer *nE-Galaxie*. Schließlich erlischt die Sternentstehung ganz.

Der Endzustand

Während den Ruheperioden in der *iE*- und *nE*-Phase und schließlich nach dem Abbruch der Sternentstehung zeigt die Galaxie alle Eigenschaften massearmer *dE*- und *dSph*-Galaxien. So wird, in Übereinstimmung mit den Beobachtungen die Dichteverteilung der Sternkomponente gut durch ein Exponentialgesetz beschrieben. Das Sternsystem ist diffus, mit einem großen Kernradius und einer kleinen Geschwindigkeitsdispersion ($\sigma \approx 50 \text{ km s}^{-1}$). Die Metallizität ist gering ($Z \approx 0.013$). Wir können den Endzustand daher als *dE*- oder *dSph*-Zustand bezeichnen.

5.4.4.2 Metallreiche galaktische Winde

Wie bei den *gEs* entsteht auch hier nach Einsetzen der Sternentstehung eine heiße Gaskomponente, die infolge der geringen Galaxienmasse das System verlassen kann. In Abb. 5.12a,b ist die gute Korrelation zwischen der SFR und der Massenverlustrate deutlich erkennbar. Dieser bereits früh auftretende und während der gesamten Entwicklung andauernde *galaktische Wind* ist stark *metallangereichert*. Da zudem wie bei den *gEs* die Massen- und Metallizitätsverluste mit abnehmender Gesamtmasse anwächst, finden wir, daß masseärmere Zwerggalaxien im gasfreien *dE*- Stadium metallärmer sind als massereichere *dEs*. Abb. 5.11a zeigt die *Endmetallizität* einiger chemodynamischer Modelle von Zwerggalaxien als Funktion ihrer Endmasse für verschiedene Anfangsdichtefluktuationen. Die sich aus den Modellen ergebende *Masse - Metallizitäts - Relation* stimmt für gasfreie Systeme gut mit den Beobachtungen überein (strichpunktierte Linie).

Generell zeigen alle chemodynamischen Modelle zur Entwicklung von Zwerggalaxien, daß der galaktische Wind schon in der Frühphase der Entwicklung einsetzt. Dieses Ergebnis ist im Widerspruch zu den Modellen von Arimoto und Yoshii (1987 a,b), die die Eigenschaften von *dGs* mit der Annahme erklären wollten, daß ein galaktischer Wind erst einsetzt, sobald die gesamte an das ISM übertragene Energie größer wird als die Bindungsenergie des ISM. Die Entwicklung des Systems sollte dann nach Arimoto und Yoshii abrupt beendet werden.

5.4.4.3 Die Entwicklung von primordialen massearmen Dichtefluktuationen

Primordiale, massearme 3σ - und 2σ - Fluktuationen haben nach den chemodynamischen Modellen eine kurze *dIrr*-Phase. Mit abnehmender Anfangsdichte ρ_0 wird die SFR kleiner und die *dIrr*-Phase wird länger.

1σ - Fluktuationen haben schließlich eine [SG | DG] - Phase, die länger als das Weltalter ist (Abb. 5.14).

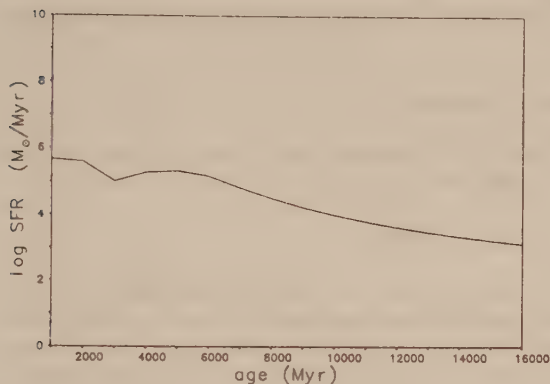


Abb. 5.14: Die Sternentstehungsrate während der dIrr - Phase einer 1σ - Fluktuation mit einer Gesamtmasse $M = 10^{10} M_{\odot}$.

Nach den chemodynamischen Rechnungen sollten wir die sich von 1σ - Fluktuationen bildenden Galaxien aufgrund ihrer selbstregulierten kleinen SFR heutzutage in ihrer lange andauernden, *späten dIrr - Phase* sehen, bei der sich die Sternentstehung unregelmäßig auf einige Gebiete in der Galaxie beschränkt.

Abb. 5.11a zeigt auch die *Metallizität* einiger dIrr - Modellgalaxien, deren Anfangsdichten ρ_0 zwischen primordialen 1σ - bis 2σ - Fluktuationen lagen. Da die Entwicklung nun länger als ein Weltalter ist, hängt der nach 10^{10} Jahren zu beobachtende Entwicklungszustand und damit auch Z kritisch von der zufällig gewählten Anfangsdichte ρ_0 ab. Dadurch läßt sich die große Streuung in der Metallizität von verschiedenen dIrr mit ähnlicher Gesamtmasse erklären, wiederum in Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

Bei dEs und dSphs finden wir hingegen eine sehr gute Korrelation zwischen der Masse und ihrer Metallizität (siehe § 5.4.4.2). Dies läßt sich dadurch verstehen, daß die chemische Entwicklung in diesen, von dichten 2σ - und 3σ - Fluktuationen kollabierenden Systemen bereits abgeschlossen ist. Ihr Z hängt dann hauptsächlich davon ab, wieviel Metalle durch *galaktische Winde* ausgestoßen wurden. Wie bei den massearmen gEs ist auch bei den Zwerggalaxien die Massenverlustrate mit der Anfangsmasse korreliert. Dies führt zu der in Abb. 5.11a gezeigten Korrelation zwischen Z und der Gesamtmasse.

In Übereinstimmung mit den Beobachtungen zeigen die chemodynamischen Rechnungen, daß einige gasreiche dIrr eine größere Metallizität haben, als die gasarmen, weiter entwickelten Zwerggalaxien, derselben Masse. Dieses scheinbare "Para-

doxon" läßt sich dadurch erklären, daß die dIrr aufgrund ihrer kleinen SFR nach 10^{10} Jahren weniger metallreiches ICM durch *galaktische Winde* verloren haben, als die dEs. Durch die langsamere Entwicklung können sich das ICM und das CM in den dIrr außerdem wesentlich besser vermischen, als in den frühen Zwerggalaxien.

5.4.4.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Zusammenfassend läßt sich die chemodynamische Entwicklung von Zwerggalaxien in die folgenden 5 Entwicklungsstadien einteilen:

Frühe dIrr $\Rightarrow$ späte dIrr $\Rightarrow$ iE $\Rightarrow$ nE $\Rightarrow$ dE, dSph.

Die *Entwicklungszeit*, die *Massenverlustrate* und damit die Metallizität der dGs hängt von den beiden frei wählbaren Anfangsparametern M_0 und ρ_0 ab. So sehen wir die aus primordialen 1σ - Fluktuationen entstehenden dGs noch in ihrer späten dIrr - Phase, mit einer nahezu konstanten SFR und unregelmäßig über die Galaxie verteilten Sternentstehungsgebieten. Primordiale 2σ - Fluktuationen sind hingegen heute in ihrer iE - oder nE - Phase, während in 3σ - Fluktuationen die Sternentstehung bereits abgeschlossen ist (dE, dSph). In diesen frühen Galaxientypen ist auch die chemische Entwicklung bereits beendet. Da außerdem die Massenverlustrate mit der Gesamtmasse korreliert ist, zeigen diese dGs eine gute Masse - Metallizitäts - Relation, die mit den Beobachtungen übereinstimmt. Bei den dIrr hängt Z hingegen stark von dem jeweiligen Entwicklungsstadium ab und kann aufgrund der in den ersten 10^{10} Jahren geringeren Massenverlustraten und der besseren Mischung der einzelnen Gaskomponenten größer als bei den frühen Typen sein.

Generell haben alle dGs keine Kollapsphase. Sie bleiben daher diffus. Die Modelle zeigen eine kleine zentrale *Geschwindigkeitsdispersion* (Abb. 5.11b) und ein universelles, exponentielles Dichteprofil (Abb. 5.13). Diese Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

5.4.4.5 Der Einfluß eines massereichen, dunklen Halos auf die Entwicklung von Zwerggalaxien

Nach Gleichung (2.3) haben dGs in der Regel ein kleines Masse - Leuchtkraftverhältnis $A \approx 2 - 4$. Wie die Modelle zeigen, spielt in diesem Fall ein massereicher, dissipationsloser Halo keine bedeutende Rolle. So folgt zum Beispiel aus Abb. 5.13, daß durch den Halo der Dichtegradient erhöht wird. Das *Exponentialgesetz* bleibt jedoch erhalten.

Nun zeigen einige Zwerggalaxien der lokalen Gruppe ein sehr großes $A \approx 10 - 100$

(siehe § 2.3). Ein derart massereicher Halo hätte einen großen Einfluß auf die Entwicklung von dGs, da die Systeme dadurch zum *Kollaps* gezwungen werden.

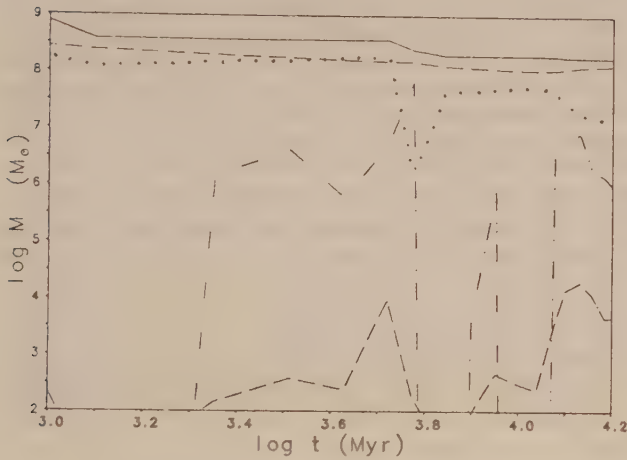


Abb. 5.15a: Der zweite Sternentstehungsausbruch eines BCD-Modells in einem massereichen Halo. Die Abbildung zeigt die Gesamtmasse des ICM (····), des CM (----) und der massereichen Sternkomponente (-·-·-). Durchgezogen ist die Gesamtmasse der Galaxie dargestellt. Die gestrichelte Linie zeigt die gesamte massenarme Sternkomponente.

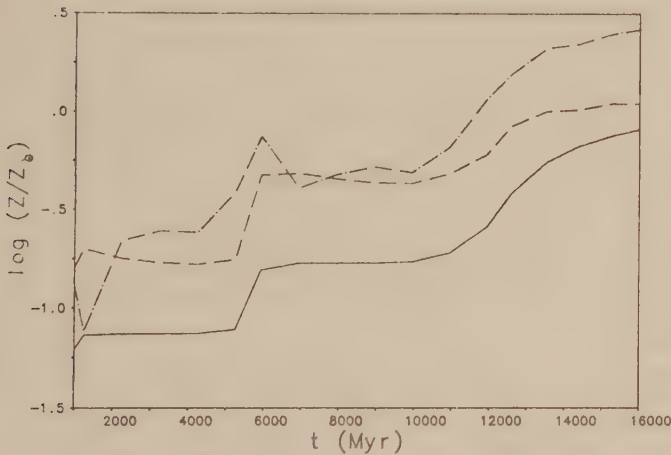


Abb. 5.15b: Die chemische Entwicklung des ICM (strichpunktiert), des CM (gestrichelt) und der Sternkomponente (durchgezogen), der in Abb. 5.15a gezeigten Galaxie.

In Abbildung 5.15 a,b ist der zweite *Sternentstehungsausbruch* einer 3 σ -Fluktuation mit einer Anfangsmasse von $M = 10^9 M_\odot$ in einem massereichen Halo mit einer Gesamtmasse von $M = 10^{10} M_\odot$ und einer Dichteverteilung $\rho \sim r^{-2}$ dargestellt.

Es kommt hier zu keiner ruhigen dlrr - Phase, sondern das System kollabiert und erfährt einen kurzen ersten Sternentstehungsausbruch, der das gesamte Gas aufheizt und kurzfristig zu einem Massenverlust führt. Die Abbildungen 5.15a und 5.15b zeigen den Entwicklungszustand der Galaxie nach diesem Ausbruch. Die Metallizität der Sternkomponente ist noch sehr gering ($Z \approx 0.07 Z_{\odot}$) und der Gasanteil ist hoch. Wie in der *Kühlungsphase* der massereichen E - Galaxien sammelt sich nach einer Kühlzeit von 10^9 Jahren kühles Gas im Zentrum an und es kommt zu einem zweiten Ausbruch, bei dem nach Abb. 5.15b die Metallizität wieder sprunghaft ansteigt. Die Ausbruchsphase läßt sich in Abb. 5.15a gut an der anwachsenden Zahl von massereichen Sternen erkennen.

Während dieses Ausbruchs ist die Modellgalaxie den *frühen BCDs* sehr ähnlich. Die heftige Sternentstehung ist durch das Potential des massereichen Halos auf einen kleinen Zentralbereich konzentriert, die Metallizität ist gering und der Gasanteil ist hoch.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß ein sehr massereicher Halo auch bei dGs einen Kollaps einleiten kann. Die Sternentstehung findet dann in Form von Ausbrüchen statt und das chemodynamische Modell zeigt eine große Ähnlichkeit mit frühen BCDs. Diese Systeme würden in diesem Fall die sichtbaren Spuren eines massereichen, dunklen Halos darstellen.

6. Ausblicke

In dieser Arbeit wurde gezeigt, daß man die Entstehung und Entwicklung von massereichen Elliptischen und Zwerggalaxien gut mit Hilfe von *chemodynamischen Modellen* verstehen kann. Die Übereinstimmung der Ergebnisse mit den Beobachtungen war in vielen Fällen sehr gut. Wir können daher annehmen, daß diejenigen Prozesse im ISM, die für die Galaxienentwicklung am wichtigsten sind, richtig beschrieben werden. In einigen Fällen, wie zum Beispiel bei dem heißen Koronalgas von massereichen E - Galaxien, zeigen die Modelle jedoch eine zu geringe *Heizrate*. Man kann dies auf die Vernachlässigung von *SN I* zurückführen. *SN I* sind außerdem für die *chemische Entwicklung* der Galaxien von Bedeutung (Fe - Anreicherung) und sollten in zukünftigen Rechnungen berücksichtigt werden.

Die hier vorgestellten Modelle geben einen Überblick über die mögliche Entwicklung von sphärisch symmetrischen Protogalaxien mit vorgegebenen Anfangsbedingungen (n_0, v_0) im *Kühlungsdiagramm* (Abb. 5.4). In einem längerfristigen Projekt sollte das $n - v$ - Diagramm mit einem feineren Gitter von Modellen überdeckt werden. Die Entwicklung jedes dieser Modelle sollte im einzelnen mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung studiert werden. Folgende Fragen sollten untersucht werden:

- Wie läßt sich die Entstehung einer exponentiellen Dichteverteilung erklären?
- Welchen Einfluß haben massereiche dunkle Halos auf die Massenverlustrate und chemische Entwicklung von dGs?
- Wieviel Metalle, Gas und Sterne verlieren Galaxien, die aus bestimmten Anfangsbedingungen (n_0, v_0) entstehen?
- Können Galaxien durch den Massenverlust vollständig zerstört werden, wenn die gesamte verlorene Masse mehr als 50% beträgt?
- Wie stark hängen die Ergebnisse von dem ISM - Modell (z.B. von der Anfangsmassenverteilung und der Sternentstehungsrate) ab?

Obwohl die "Kastenmodelle" von §4.6 nur eine begrenzte Gültigkeit haben, lassen sich damit bereits einige wichtige Entwicklungszustände des ISM verstehen. Von großer Wichtigkeit wäre hier eine detaillierte Untersuchung der Sternentstehungsausbrüche und des chaotischen Verhaltens der Sternentstehungsrate. Wann diese Entwicklungszustände auftreten, läßt sich zum Beispiel durch eine *Stabilitätsana-*

lyse studieren.

In den bisherigen Rechnungen wird die Metallizität durch einen globalen Parameter Z_{HMS} und Z_{LMS} beschrieben (siehe § 4.2). Hierbei wird implizit angenommen, daß sich die relative Häufigkeit der einzelnen chemischen Elemente untereinander nicht ändert. Nun zeigen aber die Sternkomponenten vieler Galaxien anomale Elementhäufigkeiten (Pagel, 1985, Truran, 1988; Gehren, 1988), die wichtige Aufschlüsse über die chemische Entwicklung dieser Systeme geben können und außerdem über die *Kühlfunktionen* die dynamische Galaxienentwicklung beeinflussen (siehe § 5.2.3). Eine wichtige Erweiterung ist daher die Berücksichtigung einer detaillierten Elementanreicherung in den chemodynamischen Modellen.

In einem weiteren Schritt sollte die hydrodynamische Beschreibung der Sternkomponente durch *N - Körperrechnungen* ersetzt werden. Die vergleichenden Rechnungen zwischen *N - Körpermodellen* und *Kontinuumsmodellen* in § 3.6 hatten zwar eine generell gute Übereinstimmung gezeigt, ein Kontinuumsmodell ist aber nur anwendbar, solange man nicht detailliert an der stoßfreien Entwicklung unterschiedlicher Sternpopulationen interessiert ist. Erste Testrechnungen zeigen auch, daß die ZHF - Momentengleichungen keine gute Beschreibung der Entwicklung stoßfreier, mehrdimensionaler Modelle geben können. Eine *N - Körperbeschreibung* der Sternkomponente führt allerdings zu Schwierigkeiten, wenn man die Sternentstehung berücksichtigt. Neu entstehende Sterne müssen nämlich auf die begrenzte Zahl von Testteilchen aufgeteilt werden.

Massereiche Elliptische und Zwerggalaxien sind einkomponentige Systeme, die sich näherungsweise durch sphärisch symmetrische, chemodynamische Modelle beschreiben lassen. Die *Spiralgalaxien* zeigen andererseits, daß eine Galaxie mehrere dynamisch und chemisch getrennte Komponenten entwickeln kann, sobald der *Drehimpuls* eine wichtige Rolle spielt. Solche Systeme müssen daher mit zwei - oder dreidimensionalen Modellen beschrieben werden.

Wie in dieser Arbeit sollte auch in mehrdimensionalen Modellen zuerst die Dynamik eines Sternsystems getrennt von dem ISM untersucht werden. Einige wichtige Fragen sind hier:

- Wie entwickeln sich Sternsysteme im $v_{rot}/\sigma - \varepsilon$ - Diagramm (v_{rot} : maximale Rotationsgeschwindigkeit; σ : zentrale Geschwindigkeitsdispersion; ε : Elliptizität)?
- Für welche Anfangsbedingungen sind diese *N - Teilchensysteme* im Gleichgewicht *rotationsabgeplattet*?

- Wann haben massereiche E-Galaxien eine Elliptizität, die wesentlich größer ist, als man im rotationsabgeplatteten Fall erwarten sollte?
- Warum gibt es keine E-Galaxien, deren Elliptizität kleiner als im rotationsabgeplatteten Fall ist?

Mit den erweiterten, mehrdimensionalen chemodynamischen Modellen kann dann detailliert die Entwicklung von Spiralgalaxien erforscht werden. Hier spielt neben den Anfangsbedingungen (n_0 , v_0) außerdem die *Drehimpulsverteilung* in der Protogalaxie eine wichtige Rolle.

Als Unterschied zwischen Elliptischen und Spiralgalaxien wird häufig ihr *Gesamtdrehimpuls* angegeben. Tatsächlich ist jedoch nicht der Gesamtdrehimpuls wichtig, sondern die Drehimpulsverteilung in der Protogalaxie. Es läßt sich zeigen, daß ein Stern-Gas-System, bei dem der Drehimpuls nach Art eines starren Rotators verteilt ist, immer eine Scheibe zeigen wird. Durch geeignete Umverteilung des Drehimpulses kann man in vielen Fällen auch ein ellipsoidales Gleichgewichtssystem ohne eine Scheibe erzeugen, selbst wenn man den Gesamtdrehimpuls nicht ändert.

Mit den mehrdimensionalen Modellen könnte vielleicht erstmals die unterschiedliche Entstehung und Entwicklung von E- und S-Galaxien verstanden werden.

Zu einem genauen Vergleich der Rechnungen mit den Beobachtungen benötigen wir im Prinzip das *Spektrum* der Modellgalaxie. Ein solches theoretisches Spektrum erhält man als die Summe der Spektren aller Objekte, die die Galaxie enthält. Auf die Sternkomponente bezogen bedeutet das, daß die Sterne in mehr als zwei Massenintervalle (siehe § 4.2) aufgeteilt werden müssen und daß ihre zeitliche Entwicklung genauer verfolgt wird (wesentlich mehr Stützstellen Ω_i ; siehe § 4.2.4). Mit einer vorgegebenen Bibliothek von Spektren für Sterne bestimmter Masse, Metallizität und Alter läßt sich dann das Gesamtspektrum der Sternkomponente von Galaxien zu jedem Zeitpunkt bestimmen. Erst dann sind wir in der Lage, die Modelle mit den Beobachtungen detaillierter zu vergleichen. Es lassen sich dann auch die Spektren von Galaxien im *Frühstadium* ihrer Entwicklung vorhersagen, die möglicherweise mit dem *Hubble-Space-Teleskop* beobachtet werden können.

Literaturverzeichnis

- Aaronson, M. 1983, *Astrophys. J. Lett.* **266**, L11
- Aaronson, M. 1986, in *Nearly Normal Galaxies*, Herausgeber T. de Zeeuw, Dordrecht, Reidel, S. 57
- Aaronson, M., Mould, J. 1985, *Astrophys. J.* **290**, 191
- Aarseth, S. 1973, *Vistas in Astronomy* **15**, 13
- Anders, E., Ebihara, M. 1982, *Geochim. Cosmochim. Acta* **46**, 2363
- Aoki, S. 1985, *Astron. Astrophys.* **148**, 1
- Arimoto, N., Yoshii, Y. 1987a, *Astron. Astrophys.* **173**, 23
- Arimoto, N., Yoshii, Y. 1987b, *Astron. Astrophys.* **188**, 13
- Baum, W.A., Thomson, B., Morgan, B.L. 1986, *Astrophys. J.* **301**, 83
- Bertin, G., Stiavelli, M. 1984, *Astron. Astrophys.* **137**, 9
- Bertola, F., Capaccioli, M. 1975, *Astrophys. J.* **203**, 439
- Bettwieser, E., Sugimoto, D. 1984, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **208**, 493
- Bica, E., Alloin, D. 1987, *Astron. Astrophys.* **181**, 270
- Binggeli, B., Sandage, A., Tarenghi, M. 1984, *Astron. J.* **89**, 64
- Binggeli, B., Sandage, A., Tammann, G.A. 1985, *Astron. J.* **90**, 1681
- Binney, J. 1976, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **177**, 19
- Binney, J., Mamon, G.A. 1982, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **200**, 361
- Binney, J. 1982, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **200**, 951
- Binney, J., Tremaine, S. 1987, *Galactic Dynamics*, Cambridge, Univ. Press
- Blumenthal, G.R., Faber, S.M., Primack, J.R., Rees, M.J. 1984, *Nature* **311**, 517
- Böhringer, H., Hensler, G. 1989, *Astron. Astrophys.*, im Druck
- Bothun, G.D., Mould, J.R., Wirth, A., Caldwell, N. 1985, *Astrophys. J.* **90**, 697
- Bouvier, P., Janin, G. 1970, *Astron. Astrophys.* **5**, 127
- Burkert, A. 1986, *Gravitativer Kollaps astrophysikalischer Systeme, Diplomarbeit*, Universität München
- Burkert, A., Hensler, G. 1987a, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **225**, 21p
- Burkert, A., Hensler, G. 1987b, in *Proc. IV. Workshop "Nuclear Astrophysics"*, Herausgeber W. Hillebrandt, R. Kuhfuß, E. Müller, J.W. Truran, Berlin, Springer Verlag, S. 159
- Burkert, A., Hensler, G. 1987c, in *Proc. 10. Europ. Reg. Astron. Meeting IAU*, **4**, Herausgeber J. Palous, Prag, S. 275
- Burkert, A., Hensler, G. 1988, *Astron. Astrophys.* **199**, 131
- Burkert, A., Hensler, G. 1989a, in *Proc. of the NATO ASI on "Evolutionary Phenomena in Galaxies"*, Herausgeber J. Beckmann, B.E.J. Pagel, im Druck
- Burkert, A., Hensler, G. 1989b, in Vorbereitung
- Burkert, A. 1989, in Vorbereitung
- Burstein, D., Davies, R., Dressler, A., Faber, S., Lynden-Bell, D., Terlevich, R., Wagner, M. 1986, in *Distances of Galaxies and Deviations from, the Universal Expansion*, Herausgeber B. Madore, B. Tully, Dordrecht, Reidel, S.123
- Carlberg, R.G. 1984, *Astrophys. J.* **236**, 403

- Chandrasekhar, S. 1939, *An Introduction to the Theory of Stellar Structure*, Chicago, University of Chicago Press
- Chandrasekhar, S. 1960, *Principles of Stellar Dynamics*, Dover Publ., Inc., N.Y.
- Chevalier, R.A. 1977, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **15**, 175
- Chiéze, J.P. 1986, *Adv. Space Res.* **6**, 129
- Chiosi, C., Nasi, E., Sreenivasan, S.R. 1978, *Astron. Astrophys.* **63**, 103
- Cowie, L.L., McKee, C.F. 1977, *Astrophys. J.* **211**, 135
- Cowie, L.L., McKee, C.F., Ostriker, J.P. 1981, *Astrophys. J.* **247**, 908
- Cox, D.P. 1979, *Astrophys. J.* **234**, 863
- Dalgarno, A., McCray, R.A. 1972, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **10**, 375
- Dekel, A., Silk, J. 1986, *Astrophys. J.* **303**, 39
- De Vaucouleurs, G. 1948, *Ann d'Ap.* **11**, 247
- Dressel, L.L., Bania, T.M., O'Connell, R.W. 1982, *Astrophys. J.* **259**, 55
- Dressler, A., Lynden-Bell, D., Burstein, D., Davies, R., Faber, S.M., Terlevich, R.J., Wegner, G., *Astrophys. J.* **313**, 42
- Djorgovski, S., Davis, M. 1987, *Astrophys. J.* **313**, 59
- Elson, R., Hut, P., Inagaki, S. 1987, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **25**, 565
- Faber, S.M., Jackson, R.E. 1976, *Astrophys. J.* **204**, 668
- Faber, S.M., Lin, D.N.C. 1983, *Astrophys. J. Lett.* **266**, L17
- Faber, S.M., Dressler, A., Davies, R.L., Burstein, D., Lynden-Bell, D., Terlevich, R., Wegner, G. 1986, in *Nearly Normal Galaxies*, Herausgeber S.M. Faber, Berlin, Springer Verlag, S. 175
- Fabian, A.C. 1985, *Nature* **314**, 130
- Fall, S.M., Rees, M.J. 1985, *Astrophys. J.* **298**, 18
- Farouki, R.T., Shapiro, S.L., Duncan, M.J. 1983, *Astrophys. J.* **265**, 597
- Forman, W., Jones, C., Tucker, W. 1985, *Astrophys. J.* **137**, 85
- Gallagher, J.S., Hunter, D.A., Tutukov, A.V. 1984, *Astrophys. J.* **284**, 544
- Gehren, T. 1988, in *Rev. Mod. Astron.* **1**, Berlin, Springer Verlag, S. 52
- Gorgas, J., Efsthathiou, G. 1987, *Foundations of Radiation Hydrodynamics*, Oxford University Press, New York
- Gott, J.R. 1973, *Astrophys. J.* **186**, 481
- Gott, J.R. 1975, *Astrophys. J.* **201**, 296
- Gott, J.R., Thuan, T.X. 1976, *Astrophys. J.* **204**, 649
- Gott, J.R. 1977, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **15**, 235
- Gästen, R., Mezger, P.G. 1983, *Vistas in Astronomy* **26**, 159
- Gunn, J.E. 1987, in *The Galaxy*, Herausgeber G. Gilmore, B. Carlswell, Dordrecht, Reidel, S. 413
- Habe, A., Ikeuchi, S., Tanaka, Y.D. 1981, *Publ. Astron. Soc. Japan* **33**, 23
- Hawley, J.F., Smarr, L.L., Wilson, J.R. 1984, *Astrophys. J. Suppl.* **55**, 211
- Heiles, C. 1987, *Astrophys. J.* **315**, 555
- Hensler, G. 1988, *Galaxienentwicklung, Habilitationsschrift*, Universität München
- Hockney, R.W., Eastwood, J.W. 1981, *Computer Simulations Using Particles*, New York, Mc Graw-Hill

- Hubble, E.P. 1936, *The Realm of the Nebulae*, New Haven, Yale Univ. Press
- Hunter, D.A., Gallagher, J.S., Rautenkranz, D. 1982, *Astrophys. J. Suppl.* **49**, 53
- Hunter, D.A., Gallagher, J.S. 1986, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **98**, 5
- Iben, I. 1967, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **5**, 571
- Ichikawa, S., Wakamatsu, K., Okamura, S. 1986, *Astrophys. J. Suppl.* **60**, 475
- Ikeuchi, S., Tomita, H. 1983, *Publ. Astron. Soc. Japan* **35**, 77
- Ikeuchi, S., Habe, A., Tanaka, Y. 1984, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **207**, 909
- Illingworth, G. 1983, in *Internal Kinematics and Dynamics of Galaxies (IAU 100)*, Herausgeber T. de Zeeuw, Reidel, Dordrecht, S. 257
- Jaffe, W. 1987, in *Structur and Dynamics of Elliptical Galaxies (IAU 127)*, Herausgeber T. de Zeeuw, Reidel, Dordrecht, S. 367
- Jura, M. 1986, *Astrophys. J.* **306**, 483
- King, I.R. 1966, *Astron. J.* **71**, 64
- Kormendy, J. 1982, in *Morphology and Dynamics of Galaxies*, Herausgeber J. Binney et al. Geneva Obs., S. 113
- Kormendy, J. 1985, *Astrophys. J.* **295**, 73
- Kormendy, J. 1986, in *Star Forming Dwarf Galaxies and Related Objects*, Herausgeber D. Kunth und T.X.Thuan, Paris, S. 163
- Kudritzki, R.P. 1988, in *Radiation in Moving Gaseous Media*, Herausgeber Y. Chmielowski, T. Lanz, Schweiz, Geneva Observatory, S.2
- Kudritzki, R.P., Pauldrach, A., Puls, J. 1987, *Astron. Astrophys.* **173**, 293
- Kulkarni, S.R., Heiles, C. 1987, in *Galactic and Extragalactic Radio Astronomy*, Herausgeber K.I. Kellermann und G.L.Verschuur
- Kunth, D., Sargent, W.L.W. 1986, *Astrophys. J.* **300**, 496
- Kunze, R., Loose, H.H., Yorke, H.W. 1987, *Astron. Astrophys.* **182**, 1
- Larson, R.B. 1969, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **145**, 405
- Larson, R.B. 1975, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **173**, 671
- Larson, R.B. 1976, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **176**, 31
- Loewenstein, M., Mathews, W.G. 1987, *Astrophys. J.* **319**, 614
- Loose, H. — H. Thuan, T.X. 1985, in *Star Forming Dwarf Galaxies*, Herausgeber D. Kunth, T.X. Thuan, J.T. Thrane Van, Paris, S. 73
- Lynden — Bell, D. 1967, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **136**, 101
- MacDonald, J., Bailey, M.E. 1981, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **136**, 101
- Maeder, A. 1987, *Astron. Astrophys.* **173**, 247
- Margulis, M., Lada, C.J. 1985, *Astrophys. J.* **299**, 925
- May, A., van Albada, T.S. 1984, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **209**, 15
- McKee, C.F., Cowie, L.L. 1977, *Astrophys. J.* **215**, 213
- McKee, C.F., Ostriker, J.P. 1977, *Astrophys. J.* **218**, 148
- Merritt, D., Tremaine, S., Johnstone, D. 1989, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **236**, 829
- Meylan, G. 1987, *Astron. Astrophys.* **184**, 144
- Mihalas, D., Binney, J. 1981, *Galactic Astronomy*, W.H. Freeman and Company, San Francisco

- Mihalas, D., Mihalas, B.W. 1984, *Foundations of Radiation Hydrodynamics*, Oxford University Press, N.Y.
- Miller, G.E., Scalo, J.M. 1979, *Astrophys. J. Suppl.* **41**, 513
- Norman, C., Silk, J. 1980, *Astrophys. J.* **238**, 158
- Nulsen, P.E.J., Stewart, G.C., Fabian, A.C. 1984, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **208**, 185
- Okamura, S. 1985, in *the Virgo Cluster of Galaxies*, Herausgeber O.G. Richter und B. Binggeli, Garching, ESO, S. 201
- Pagel, B.E.J. 1985, in *Production and Distribution of C,N,O Elements*, Herausgeber I.J. Danziger, F. Matteucci, K., Kj r, ESO Pub., S. 155
- Pastetter, L. 1987, *Sp te Fall C – Entwicklung enger Doppelsternsysteme, Diplomarbeit*, Universität München
- Phillipps, S., Grimley, P.L., Disney, M.J., Ganson, M.G.M., Kibblewhite, E.J. 1986, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **218**, 289
- Plummer, H.C. 1911, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **71**, 460
- Poveda, A., Hurriaga, R., Orzco, I. 1960, *Bol. Obs. Tonantzintla* **20**, 3
- Reif, F. 1965, *Statistical and Thermal Physics*, Mc Graw Hill, N.Y.
- Richstone, D.O., Tremaine, S. 1984, *Astrophys. J.* **286**, 27
- Sadler, E.M., Gerhard, O.E. 1985, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **214**, 177
- Salpeter, E.E. 1955, *Astrophys. J.* **121**, 161
- Sandage, A., Binggeli, B. 1984, *Astron. J.* **89**, 919
- Sandage, A., Binggeli, B., Tammann, G.A. 1985, in *The Virgo Cluster of Galaxies*, ESO Workshop, Herausgeber O.G. Richter und B. Binggeli, S. 239
- Sandage, A. 1986, *Astron. Astrophys.* **121**, 161
- Sargent, W.L.W., Searle, L. 1970, *Astrophys. J. Lett.* **162**, L155
- Scalo, J.M., Pumphrey, W.A. 1982, *Astrophys. J.* **258**, L29
- Scalo, J.M., Struck – Marcell, C. 1984, *Astrophys. J.* **276**, 60
- Scalo, J.M., Struck – Marcell, C. 1986, *Astrophys. J.* **301**, 77
- Scalo, J.M. 1986, *Fund. Cosm. Phys.* **11**, 1
- Scheffler, H., Elsässer, H. 1982, *Bau und Physik der Galaxis*, Mannheim: Bibliographisches Institut
- Schmidt, M. 1959, *Astrophys. J.* **129**, 243
- Scoville, N.Z., Hersch, K. 1979, *Astrophys. J.* **229**, 578
- Searle, L., Sargent, W.L.W. 1972, *Astrophys. J.* **173**, 25
- Seitzer, P., Frogel, J.A. 1985, *Astron. J.* **90**, 1796
- Silk, J., Takahashi, T. 1979, *Astrophys. J.* **229**, 242
- Silk, J., Norman, C. 1981, *Astrophys. J.* **247**, 59
- Silk, J. 1985, *Astrophys. J.* **297**, 9
- Silk, J. 1986, in *Spectral Evolution of Galaxies*, Herausgeber C. Chiosi und A. Renzini, Reidel, Dordrecht, S. 3
- Smith, G.H. 1985, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **99**, 67
- Spitzer, L. 1978, *Physical Processes in the Interstellar Medium*, J. Wiley & Sons, New York

- Strom, S.E., Strom, K.M., Goad, J.W., Vrba, F.J., Rice, W. 1976, *Astrophys. J.* **204**, 648
- Struck – Marcell, C., Scalo, J.M. 1984, *Astrophys. J.* **277**, 132
- Struck – Marcell, C., Scalo, J.M. 1987, *Astrophys. J. Suppl.* **64**, 39
- Stiavelli, M., Bertin, G. 1985, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **217**, 735
- Thronson, H.A., Bally, J. 1987, *Astrophys. J.* **319**, L63
- Thuan, T.X. 1983, *Astrophys. J.* **268**, 667
- Thuan, T.X., Martin, G.E. 1981, *Astrophys. J.* **247**, 823
- Tinsley, B.M., 1980, *Fundam. Cosmic Phys.* **5**, 287
- Tonry, J.L., Davis, M. 1981, *Astrophys. J.* **246**, 666
- Tonry, J.L. 1983, *Astrophys. J.* **266**, 58
- Tremaine, S., Henon, M., Lynden – Bell, D. 1986, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **219**, 285
- Tremaine, S. 1987, in *Structure and Dynamics of Elliptical Galaxies (IAU 127)*,
Herausgeber T. de Zeeuw, Reidel, Dordrecht, S. 367
- Trinchieri, G., Fabbiano, G. 1985, *Astrophys. J.* **296**, 447
- Truran, J.W. 1988 in *The Impact of very High S/N Spectroscopy on Stellar Physics*,
Herausgeber G. Cayrel de Strobel, M. Spite, Dordrecht, Kluwer, S. 577
- Vader, J.P. 1986a, *Astrophys. J.* **306**, 390
- Vader, J.P. 1986b, *Astrophys. J.* **305**, 669
- Vader, J.P. 1987, *Astrophys. J.* **317**, 128
- van Albada, T.S. 1982, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **201**, 939
- Van Buren, D. 1985, *Astrophys. J.* **294**, 567
- Van Leer, B. 1977, *Comp. Phys.* **23**, 276
- Wang, Y.M., Scheuerle, H. 1984, *Astron. Astrophys.* **130**, 397
- Woosley, S.E., Weaver, T.A. 1986, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **24**, 205
- Yoshii, Y., Saio, H. 1985, *Astrophys. J.* **295**, 521
- Young, P.J. 1976, *Astron. J.* **81**, 807
- Zeilinger, W. 1988, *N – Körper – Simulationen gravitierender Sternsysteme und Bestimmung der Verteilungsfunktion, Diplomarbeit, Universität München*

Lebenslauf

von Andreas Michael Burkert

Geb. am 12.05.1959 in Gangkofen (Ndb)

Eltern: Fritz Burkert, Pfarrer, gestorben 1974
Marianne Burkert, geb. Heintke

Schul Ausbildung: 1965 – 1969 Volksschule Gangkofen
1969 – 1973 naturwissenschaftliches Gymnasium Straubing
1973 – 1978 neusprachliches Gymnasium München
Abiturabschluß im Juni 1978

Wehrdienst vom Juni 1978 bis Sept. 1979

Hochschulausbildung: 1979 – 1986 Studium der Physik / Diplom an der Ludwig-
Maximilians-Universität München (LMU).
1982: Aufnahme in die "Studienstiftung des Deutschen
Volkes"
Diplomabschluß im Mai 1986

seit Juni 1986 wissenschaftlicher Angestellter am Institut für
Astronomie und Astrophysik der LMU München

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich herzlich bei Thomas Gehren und Gerd Hensler bedanken, die durch ungezählte, engagierte Diskussionen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Sehr hilfreich waren auch die Diskussionen mit Willy Kley und Rolf - Peter Kudritzki, denen auch hier mein Dank ausgesprochen werden soll.

Allen Mitarbeitern der Universitäts - Sternwarte sei gedankt für die stetige Hilfsbereitschaft und das freundliche Arbeitsklima.

Schließlich möchte ich noch meiner lieben, vernachlässigten Frau danken, für ihre Geduld und Aufmunterung, die für meine Arbeit von unschätzbarem Wert sind.

Ein Letztes

Dieses Projekt wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft unter dem Kennzeichen Ku 474/13 - 1 gefördert.

Die Rechnungen zu dieser Arbeit wurden am Leibnitz - Rechenzentrum München auf einer CDC Cyber 995 durchgeführt.

